PORSCHE

Infotag bei DYNA MORE am 27. Juni 2003

„Nichtlineare Optimierung und stochastische Analysen mit LS-OPT“

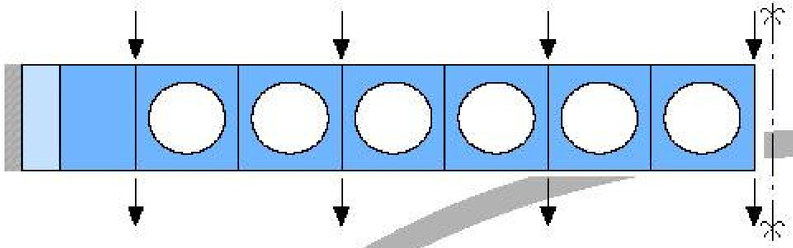
Möglichkeiten der Strukturoptimierung in der nichtlinearen Strukturmechanik

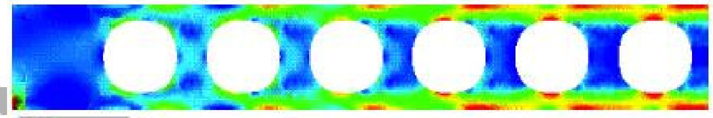
Dr. Stefan Schwarz, Porsche AG

- Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen
- Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen
- Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell
- Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell
- Sensitivitätsanalyse
- Methoden der Topologieoptimierung
- Methoden der Formoptimierung
- Beispiele
- Verfügbare Software
- Zusammenfassung

•Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen

- Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen
- Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell
- Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell
- Sensitivitätsanalyse
- Methoden der Topologieoptimierung
- Methoden der Formoptimierung
- Beispiele
- Verfügbare Software
- Zusammenfassung





gegeben

Strukturanalyse

gesucht

- Form, Topologie
- Material

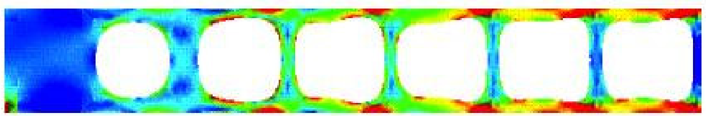
- innere Beanspruchung
- Deformation

gesucht

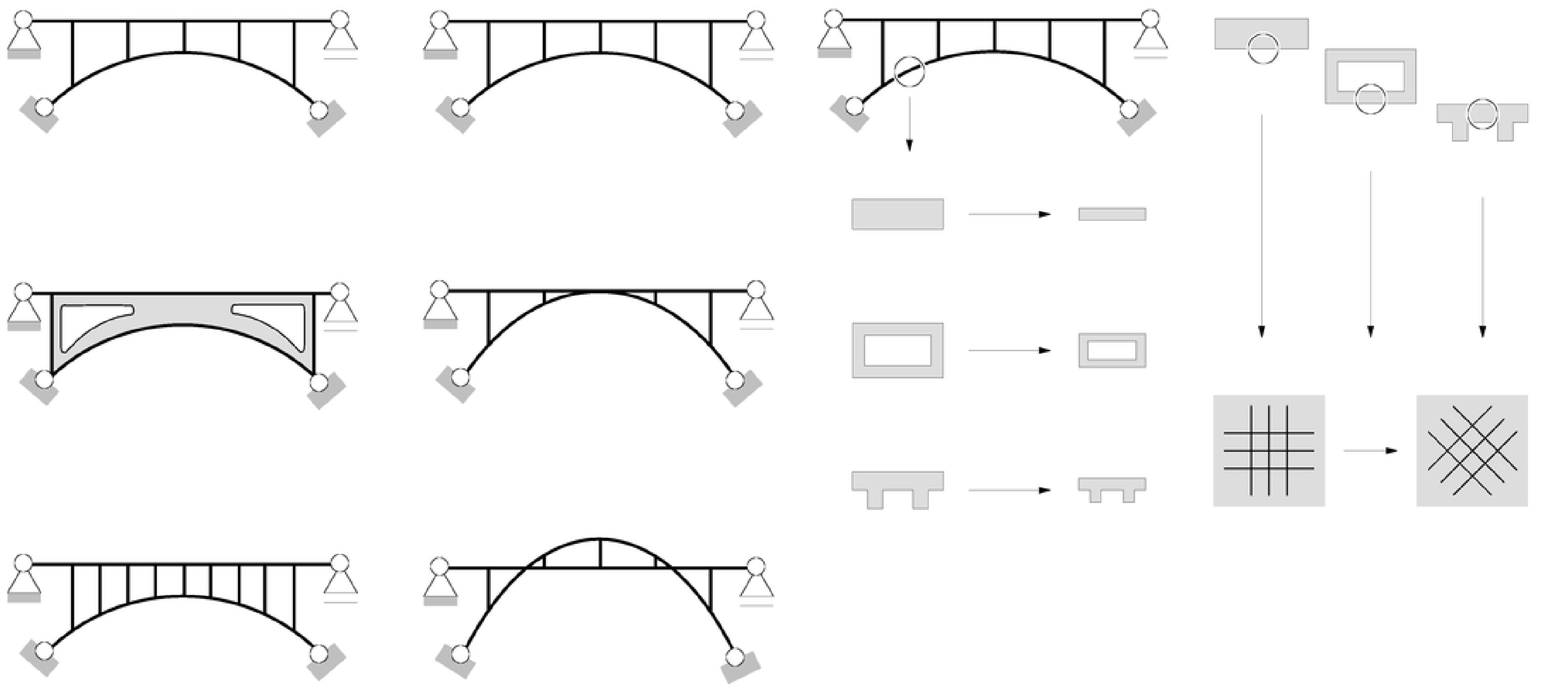
Strukturoptimierung

gegeben

Gewicht
Spannungen
Verschiebungen



Topologie	Form	Sizing	Material



Variablen:	Dichte, E-Modul	Koordinaten	Querschnitte	Materialkennwerte

- Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen
- **Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen**
- Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell
- Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell
- Sensitivitätsanalyse
- Methoden der Topologieoptimierung
- Methoden der Formoptimierung
- Beispiele
- Verfügbare Software
- Zusammenfassung

Ziel der **Optimierung** ist es, ein Maximum oder Minimum einer **Zielfunktion** unter Berücksichtigung verschiedener **Nebenbedingungen** zu finden.Erzielt wird dies durch die Variation definierter (freier) Parameter, den **Optimierungsvariablen s**.

Zielfunktion:	min. $f(\mathbf{u}, \mathbf{s})$	z.B.. Maximierung der Steifigkeit, Minimierung des Gewichts
Nebenbedingungen:	$\mathbf{h}(\mathbf{u},\mathbf{s}) = \mathbf{0}$	z.B. Masse, Volumen
	$\mathbf{g}(\mathbf{u},\mathbf{s}) \leq \mathbf{0}$	z.B. Verschiebungen, Spannungen
Restriktionen:	$\mathbf{s}_u \leq \mathbf{s} \leq \mathbf{s}_o$	Wertebereich der Optimierungsvariablen **s**
Lagrange-Funktion:	$L(\mathbf{u},\mathbf{s},\gamma,\lambda) = f(\mathbf{u},\mathbf{s}) + \gamma\, \mathbf{h}(\mathbf{u},\mathbf{s}) + \lambda\, \mathbf{g}(\mathbf{u},\mathbf{s})$	

Ein Optimum (Extremum) ist durch die Ableitungen (Gradienten) nach den freien Parametern definiert; diese (notwendigen) Bedingungen werden auch als Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen bezeichnet:

$$\nabla_s L(\mathbf{u},\mathbf{s},\gamma,\lambda) = \nabla_s f(\mathbf{u},\mathbf{s}) + \gamma\, \nabla_s \mathbf{h}(\mathbf{u},\mathbf{s}) + \lambda\, \nabla_s \mathbf{g}(\mathbf{u},\mathbf{s}) = \mathbf{0}$$

$$\nabla_\gamma L(\mathbf{u},\mathbf{s},\gamma,\lambda) = \mathbf{h}(\mathbf{u},\mathbf{s}) = \mathbf{0}$$

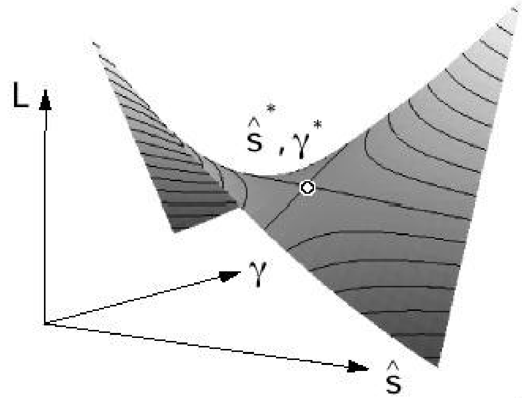
$$\lambda\, \nabla_\lambda L(\mathbf{u},\mathbf{s},\gamma,\lambda) = \lambda\, g(\mathbf{u},\mathbf{s}) = 0$$

Ableitungen bezüglich der Optimierungsvariablen

PORSCHE

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Zielfunktion:} & f(\hat{s}) \rightarrow \text{min.}\\ \text{Gleichheitsnebenbedingung:} & h_j(\hat{s}) = 0\\ \text{Ungleichheitsnebenbedingung:} & g_j(\hat{s}) \leq 0\end{array}\right\} q(\hat{s})$$

Restriktionen: $\hat{s}_L \leq \hat{s} \leq \hat{s}_U$



Sattelpunkt der LAGRANGE–Funktion $L(\hat{s}, \gamma)$

LAGRANGE–Funktion

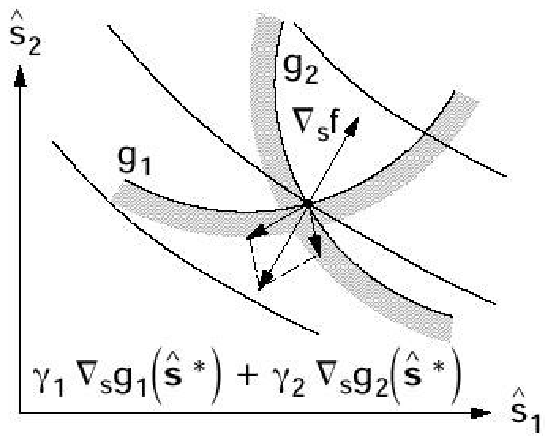
$$L(\hat{s}, \boldsymbol{\eta}, \gamma) = f(\hat{s}) + \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{h}(\hat{s}) + \gamma^T \mathbf{g}(\hat{s}) \rightarrow \text{stat.}$$

KUHN–TUCKER–Bedingungen (für Optimalität)

$$\nabla_s f + \boldsymbol{\eta}^T \nabla_s \mathbf{h} + \gamma^T \nabla_s \mathbf{g} = 0$$

$$\mathbf{h}(\hat{s}) = \mathbf{0}$$

$$\gamma_j\, g_j(\hat{s}) = 0$$



1. KUHN–TUCKER–Bedingung

Variationelle Formulierung des Optimierungsproblems
$f(s)\ ,\ \mathbf{h}(s)\ ,\ \mathbf{g}(s)$

Approximation von

Geometrie (CAGD)

mechanischem Verhalten (FEM)

Entwurfsmodell

$$s(\mathbf{x}) \approx s^h(\mathbf{x}) = s^h\left(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{s}}\right)$$

Analysemodell

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^h\left(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{u}}\right)$$

Variation der Optimierungsvariablen
(z.B. Geometrie)

Gradienteninformationen
(Sensitivitätsanalyse)

Optimierungsmodell

$$f\left(\hat{\mathbf{s}}\right)\ ,\ \mathbf{h}\left(\hat{\mathbf{s}}\right)\ ,\ \mathbf{g}\left(\hat{\mathbf{s}}\right)$$

PORSCHE

- Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen
- Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen
- **Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell**
- Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell
- Sensitivitätsanalyse
- Methoden der Topologieoptimierung
- Methoden der Formoptimierung
- Beispiele
- Verfügbare Software
- Zusammenfassung

Entwurfskriterien (Zielfunktion, Nebenbedingungen)

$$q = q\left(S^h(\hat{s}) \, , \, u^h(\hat{s}) \right) = q\left(\hat{s} \, , \, \hat{u}(\hat{s}) \right)$$

Entwurfsvariablen

Zustandsvariablen, z.B. – Verschiebungen
– Spannungen, ...

Ermittlung der Zustandsvariablen in Abhängigkeit von:

- Material: elastisch, elastoplastisch, hyperelastisch, viskos,...
- Kinematik: linear, nichtlinear (gr. Verschiebungen, gr. Verzerrungen)
- Lastaufbringung: statisch, dynamisch
- Anschauungsraum: 1D, 2D, 3D
- Ausgangsgeometrie: perfekt, imperfekt → **Beurteilung der Robustheit**
- Mechanisches Modell: Stab, Balken, Scheibe, Schale, Volumen

→ Strukturanalyse in Abhängigkeit des mechanischen und numerischen Modells

- Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen
- Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen
- Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell

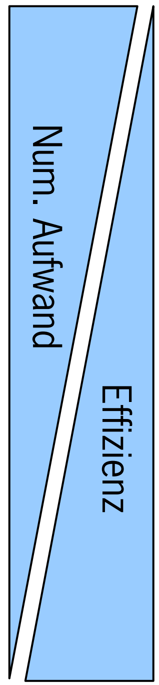
- **Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell**

- Sensitivitätsanalyse
- Methoden der Topologieoptimierung
- Methoden der Formoptimierung
- Beispiele
- Verfügbare Software
- Zusammenfassung

Man unterscheidet prinzipiell zwischen Gradientenverfahren und gradientenfreien Verfahren.

Gradientenfreie Verfahren (heuristische, globale Verfahren): **Funktionswerte der Entwurfskriterien**

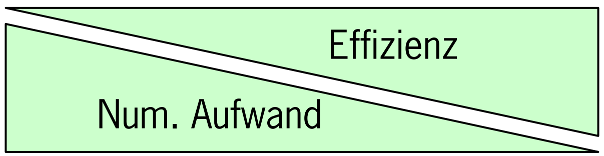
- **mehr oder weniger „intelligente“ Suche nach dem (globalen) Optimum**
- Optimierung von Hand (Tabelle)
- Monte Carlo Simulation
- Design of Experiments (DOE) und Erzeugung einer Response Surface (RS)
- Evolutionsstrategie
- Genetische Algorithmen



Gradientenverfahren (lokale Verfahren): **Funktionswerte der Entwurfskriterien und deren Gradienten**

- **gezielte Suche nach dem (lokalen) Optimum (auch auf RS)**
- Penalty-Methoden
- Barrier-Methoden
- Lagrange-Methoden
- z.B. MMA, SLP, SQP, SCP, CONLIN, GCM, OC, ...

Ermittlung der Gradienten: numerisch, semi-analytisch, analytisch

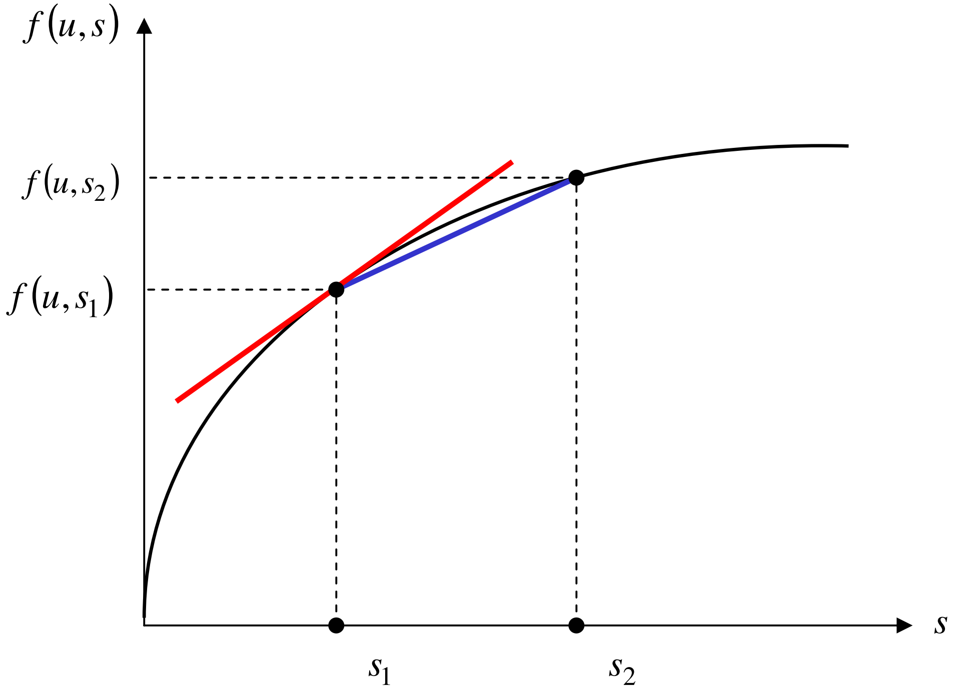


Effizienz = Theoretischer Aufwand

- Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen
- Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen
- Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell
- Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell

- **Sensitivitätsanalyse**

- Methoden der Topologieoptimierung
- Methoden der Formoptimierung
- Beispiele
- Verfügbare Software
- Zusammenfassung



Analytische Gradientenermittlung: **Tangente**

$$\nabla_s f(u,s) = \frac{\partial f}{\partial s}$$

Numerische Gradientenermittlung: **Sekante**

$$\nabla_s f(u,s) \approx \frac{f(u,s_2) - f(u,s_1)}{\Delta s} \qquad mit \quad \Delta s = s_2 - s_1$$

Problematik bei der numerischen Vorgehensweise:

- Unterschied zwischen ROT und BLAU
- Funktionswert für s2 wird zusätzlich benötigt
- Größe von Δs

Numerische Sensitivitätsanalyse: z.B. das finite Vorwärts – Differenzenverfahren

$$\nabla_s q\left(\hat{\mathbf{s}}\right) = \frac{q\left(\hat{\mathbf{s}} + \Delta\tilde{\mathbf{s}}\right) - q\left(\hat{\mathbf{s}}\right)}{\Delta\hat{s}_i} \quad ; \quad \Delta\tilde{s}_j = \delta_{ij}\Delta\hat{s}_i$$

Analytische Sensitivitätsanalyse: $q = q\left(\mathbf{s}, \mathbf{u}(\mathbf{s})\right)$

Variationelle SA		Diskrete SA
Ableitung $\nabla_s(\cdot)$	$\mathbf{u} \approx \mathbf{u}^h = \mathbf{N}\,\hat{\mathbf{u}}$	Diskretisierung
Diskretisierung	$\nabla_s\mathbf{u} \approx \nabla_s\mathbf{u}^h = f(\nabla_s\hat{\mathbf{u}})$	Ableitung $\nabla_s(\hat{\cdot})$

direkte SA	(linearer Fall)	adjungierte SA
$\mathbf{K}\,\nabla_s\hat{\mathbf{u}} = \nabla_s\mathbf{R} - \nabla_s\mathbf{K}\,\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{R}_{pseudo}$ $\nabla_s q = \nabla_s^{ex} q + \nabla_u q\,\nabla_s\hat{\mathbf{u}}$		$\gamma^T\mathbf{K} = \nabla_u q \;;\; \gamma^T = \nabla_u q\,\mathbf{K}^{-1}$ $\nabla_s q = \nabla_s^{ex} q + \gamma^T\left(\nabla_s\mathbf{R} - \nabla_s\mathbf{K}\,\hat{\mathbf{u}}\right)$

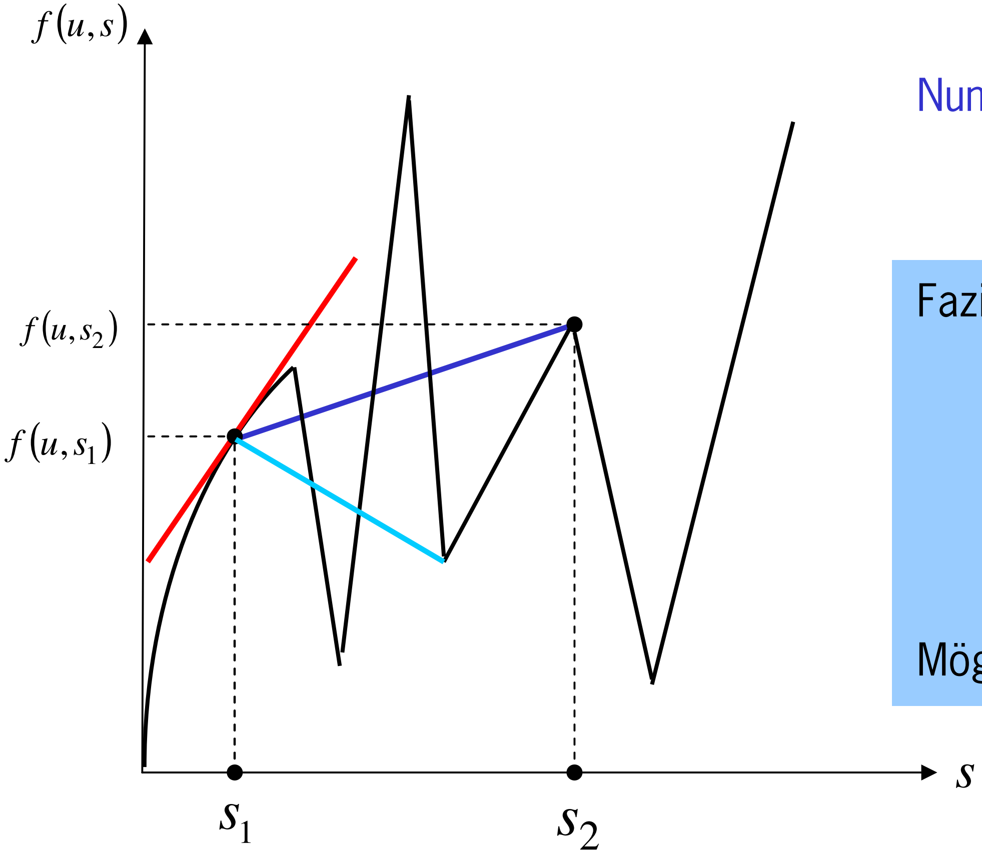
Hauptkriterium für die geeignete Wahl der Sensitivitätsanalyse

pfadunabhängig		Strukturantwort, Strukturanalyse		pfadabhängig
lineare Elastizität	←	1 Schritt		
geometrische Nichtlinearität Hencky – Plastizität	←	inkrementelle Vorgehensweise	→	Dynamik, Viskoplastizität Prandtl – Reuss – Plastizität
in einem Schritt am Ende des Lastpfades	←	Sensitivitätsanalyse	→	nach jedem inkrementellen Schritt

direkt	adjungiert		direkt	adjungiert
✓	✓	variationell	✓	—
✓	✓	diskret	—	—

Wahl v. a. von Anzahl der Variablen und der Entwurfskriterien abhängig

— möglich, jedoch ungeeignet



Analytische Vorgehensweise:	mathematisch korrekt nur lokale Aussagekraft
Numerische Vorgehensweise:	Qualität sehr unterschiedlich

Fazit: Gradientenverfahren sind zwar effizient, aber nicht immer praktikabel.

Analytische Gradienten nicht immer bestimmbar. Bei stark nichtlinearen („chaotischen“) Problemen ist deren Aussagekraft fragwürdig.

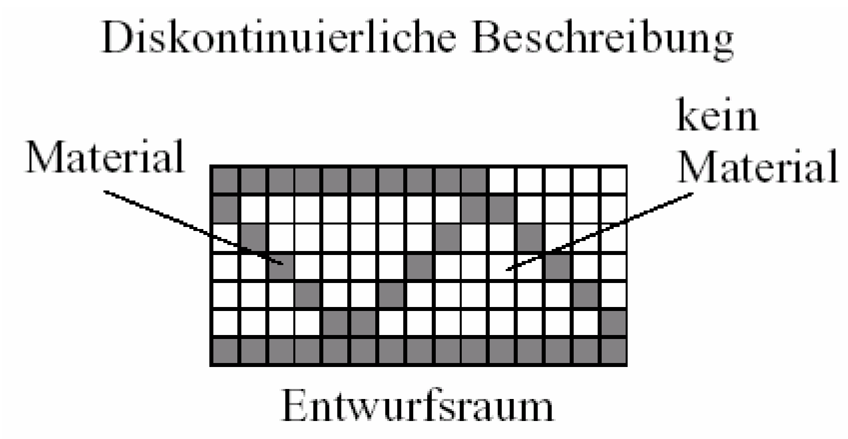
Mögliche Vorgehensweise: z.B. DOE, RSM

- Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen
- Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen
- Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell
- Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell
- Sensitivitätsanalyse

- **Methoden der Topologieoptimierung**

- Methoden der Formoptimierung
- Beispiele
- Verfügbare Software
- Zusammenfassung

Topologieoptimierung = Materialverteilungsproblem



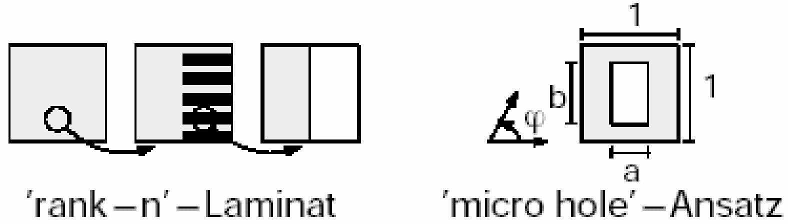
0-oder-1 Problem: 0=kein Material, 1=Material

Binäres Problem schwer zu lösen!

0-1 Problem: poröses Materialverhalten wird als Vehikel definiert.

Variation der Materialparameter

auf mikroskopischer Ebene



➡ Variation geometrischer Größen auf der Mikroskala

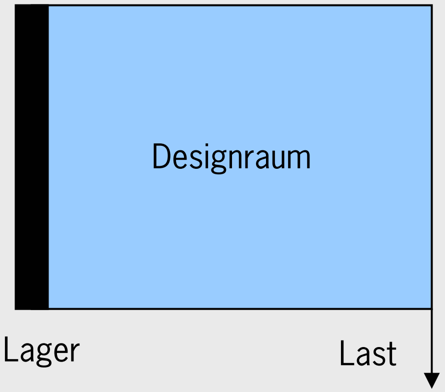
Makroskopische Größen durch Homogenisierung

auf makroskopischer Ebene

$$(\cdot) = (\cdot)_0 \left[\frac{\rho}{\rho_0}\right]^{\beta} \; ; \; (\cdot) = \mathbf{C}, E, E_h, G_f, \sigma_y$$

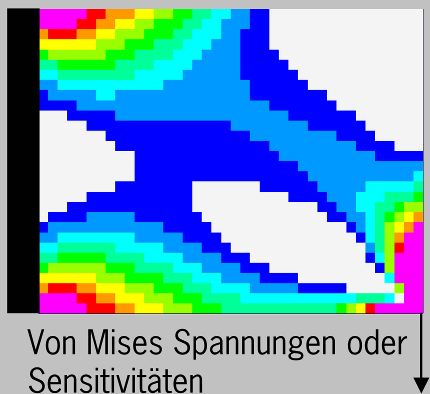
➡ Variation von Materialgrößen auf der Makroskala (z.B. SIMP – Ansatz)

Topologieoptimierung:
Optimale Anordnung des Materials in einem definierten Gebiet (Designraum, 2D oder 3D) für gegebene Lasten und Lager.



Poröses Materialmodell

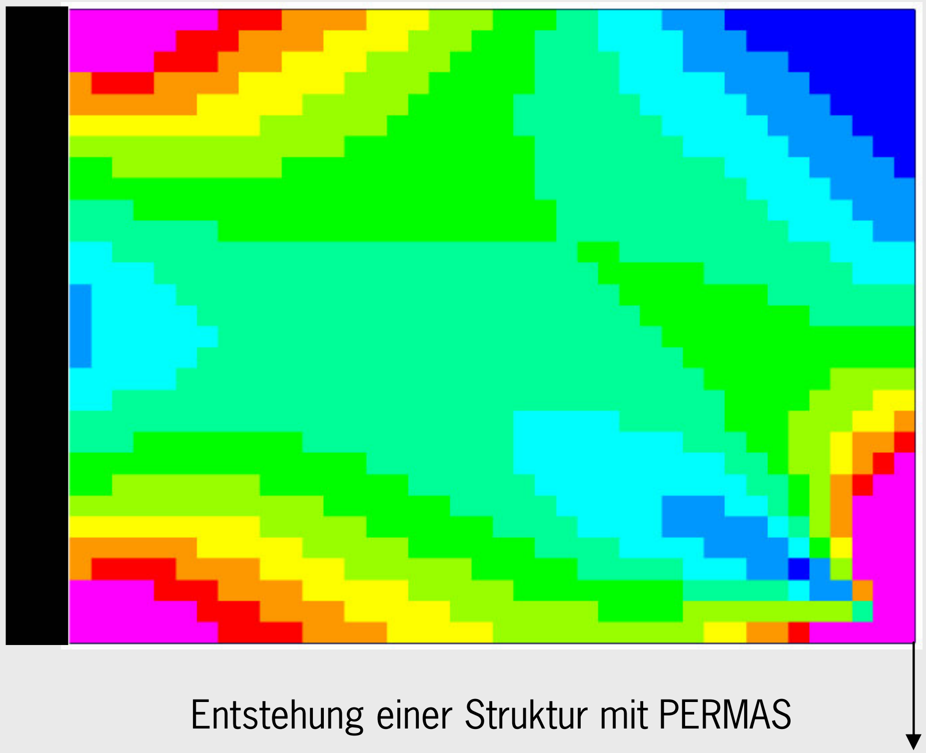
$$E_{eff} = E_0 \times \left(\rho_i / \rho_0\right)^{\beta_i}$$



Von Mises Spannungen oder Sensitivitäten

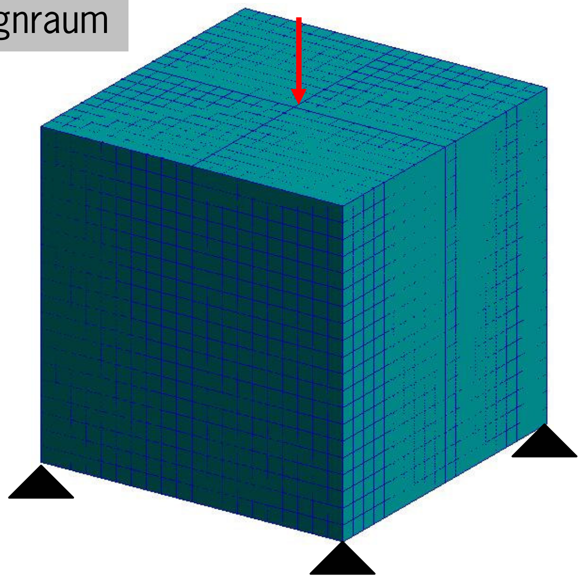
Kriterium für die Materialverteilung:

- Sensitivitäten (PERMAS, OptiStruct)
- Spannungen, Verzerrungen oder Energie (TOSCA)



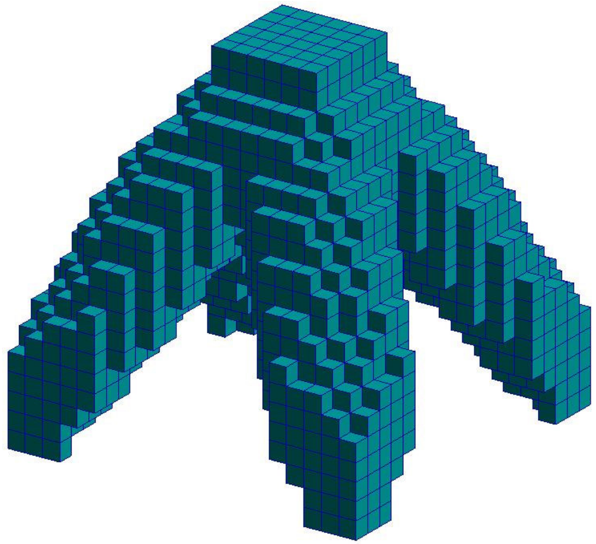
Entstehung einer Struktur mit PERMAS

Designraum

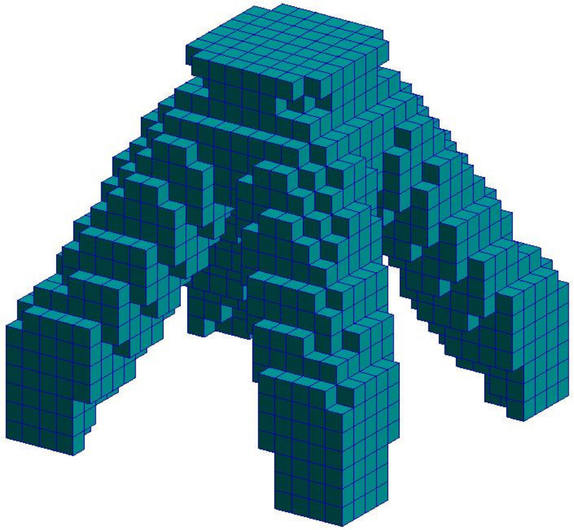


Maximierung der Steifigkeit,
25% Masse.

PERMAS, OptiStruct

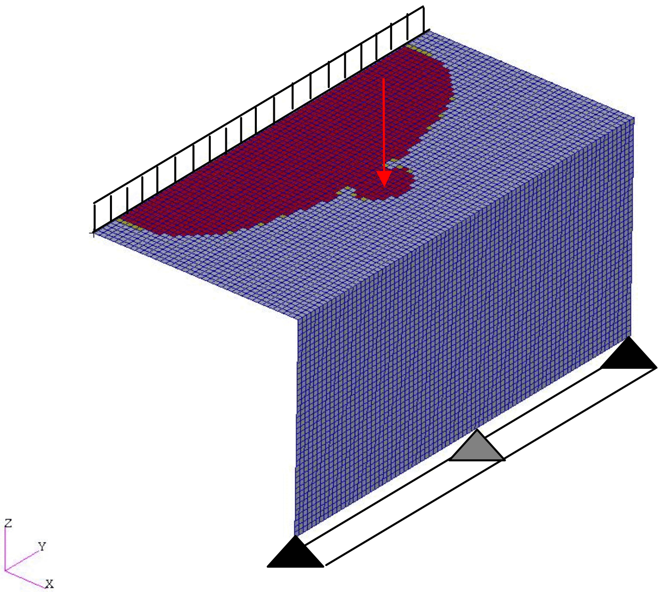


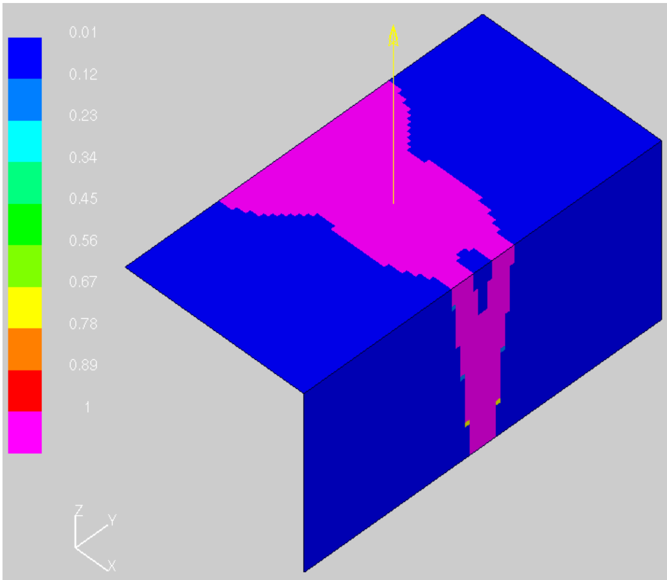
TOSCA

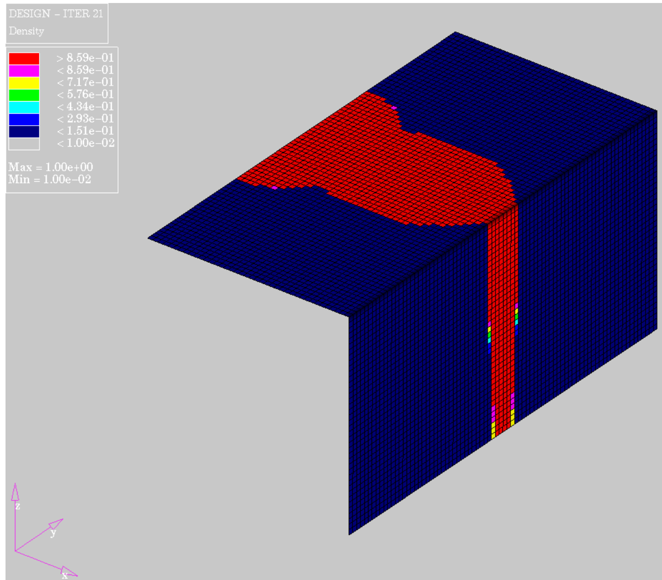


Maximierung der Steifigkeit, 20% Masse.

Z.B. Verdeckablage







Ergebnisse: TOSCA PERMAS OptiStruct

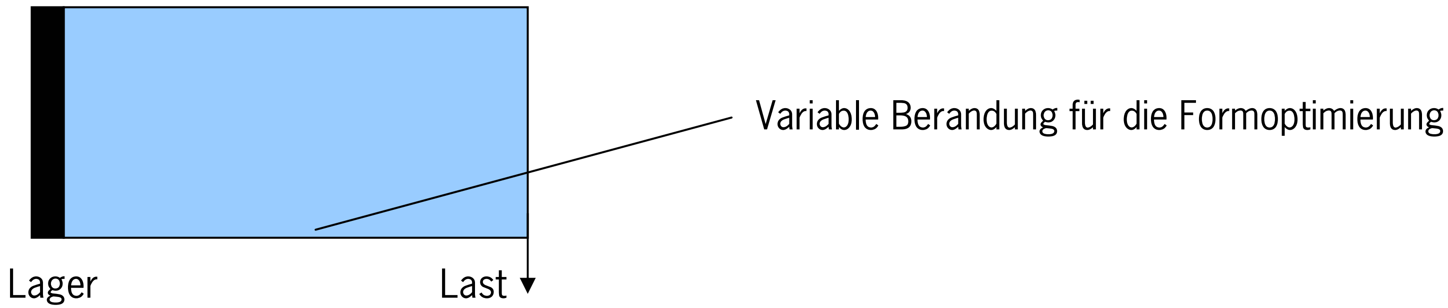
Art der SA	Gradientenbasierte TO	Spannungsbasierte TO
Vorteile	•beliebige Entwurfsfunktionen definierbar •hohe Effizienz, schnelle Konvergenz	•jeder FE-Solver kann verwendet werden •keine Berechnung von Sensitivitäten •nichtlineare Strukturantwort •hohe Effizienz, schnelle Konvergenz
Nachteile	•Sensitivitäten müssen bestimmt werden •lineare Strukturantwort	•Nicht beliebige Entwurfsfunktionen definierbar •Optimum wird nicht immer gefunden (heuristisches Verfahren)

- Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen
- Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen
- Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell
- Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell
- Sensitivitätsanalyse
- Methoden der Topologieoptimierung

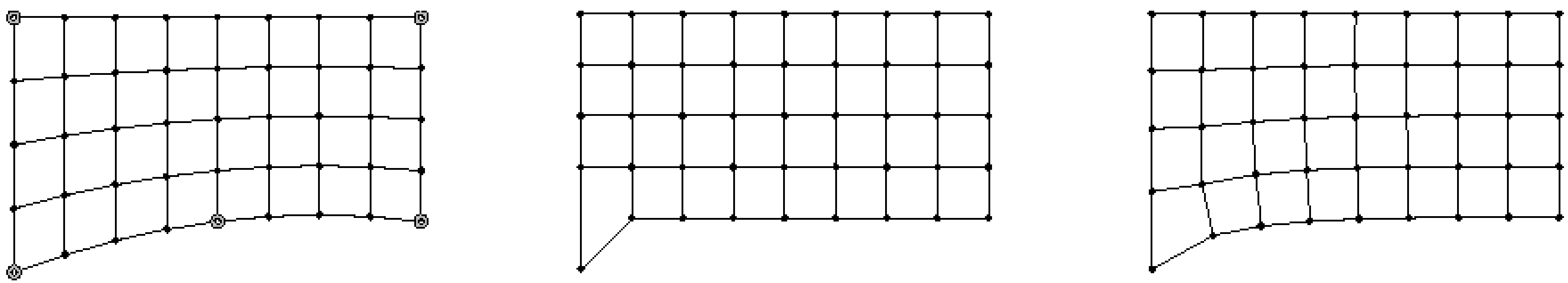
- **Methoden der Formoptimierung**

- Beispiele
- Verfügbare Software
- Zusammenfassung

Geometrie einer Struktur:



Geometrische Änderungsmöglichkeiten des Modells in Abhängigkeit der Art der Optimierungsvariablen:



Variation von: Kontrollknoten (CAD) FE Knoten „ virtuelle Deformation“

“Virtuelle Deformation”: Shape Basis Vector (SBV); Eigenformen, Morphing, Domain Elements, fiktive Belastung,...

PORSCHE

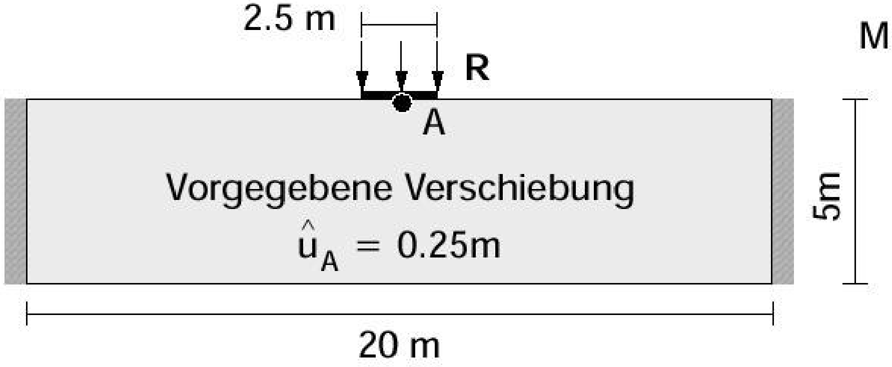
Variation:	Kontroll-Konten	FE-Knoten	virtuelle Deformation
Vorteile	•wenige Parameter beschreiben die gesamte Geometrie •Optimierungsergebnis abschätzbar und parametrisch •bei Parametervariation (von Hand oder mittels Formoptimierung) bleibt die logische Verknüpfung der Bauteile erhalten	•jedes FE-Netz kann verwendet werden •geringe Anforderungen an Programme •grosse geometrische Vielfalt	•jedes FE-Netz kann verwendet werden •geringe Anforderungen an Programme •glatte Ränder
Nachteile	•Komplexität der Parametrisierung ist beliebig •hohe Anforderungen an Programme (und deren Kopplung)	•hohe Anzahl an Parametern für Formoptimierung •großes Optimierungsproblem •keine glatten Ränder •Optimierungsergebnis kaum abschätzbar und nicht parametrisch •Flächenrückführung notwendig	•Deformationen müssen extra bestimmt werden (hoher Definitions- und Berechnungsaufwand) •nur moderate Formänderungen möglich •Optimierungsergebnis nicht immer abschätzbar und nicht parametrisch •Flächenrückführung notwendig

- Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen
- Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen
- Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell
- Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell
- Sensitivitätsanalyse
- Methoden der Topologieoptimierung
- Methoden der Formoptimierung

- **Beispiele**

- Verfügbare Software
- Zusammenfassung

Zielfunktion: Duktilität — NB: Konstante Masse

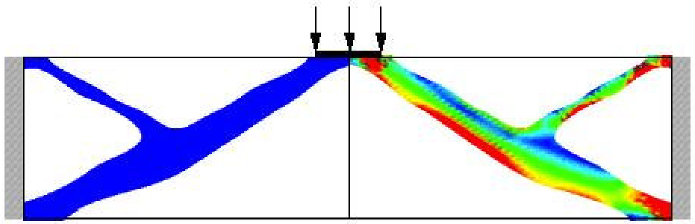


Materialdaten:

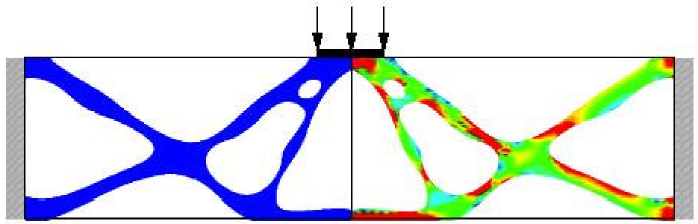
$$E = 1.8 \cdot 10^5 \text{ kN/m}^2$$
$$E_h = 0.1 \text{ kN/m}^2$$
$$\sigma_y = 360 \text{ kN/m}^2$$
$$\nu = 0.0$$
$$m = 25\%$$
$$b_1 = 3.0,\ b_2 = 3.0,\ b_3 = 2.0$$
$$d = 0.1 \text{ m}$$

vgl. MAUTE [1998], MAUTE ET AL. [1998]

TO

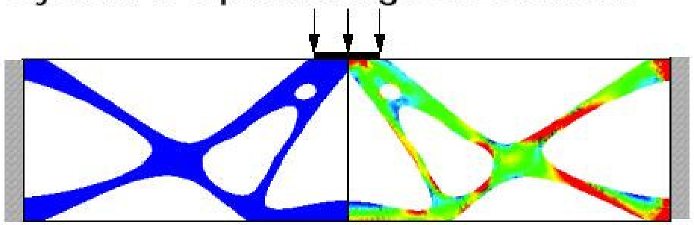


System 1: Optimierung bei Elastizität

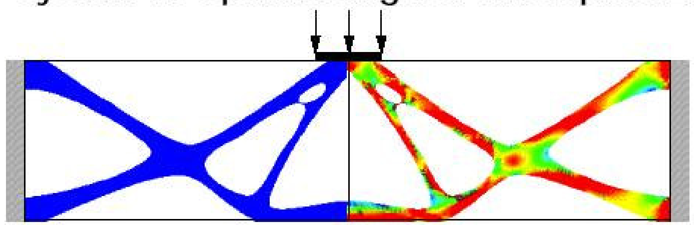


System 2: Optimierung bei Elastoplastizität

SO



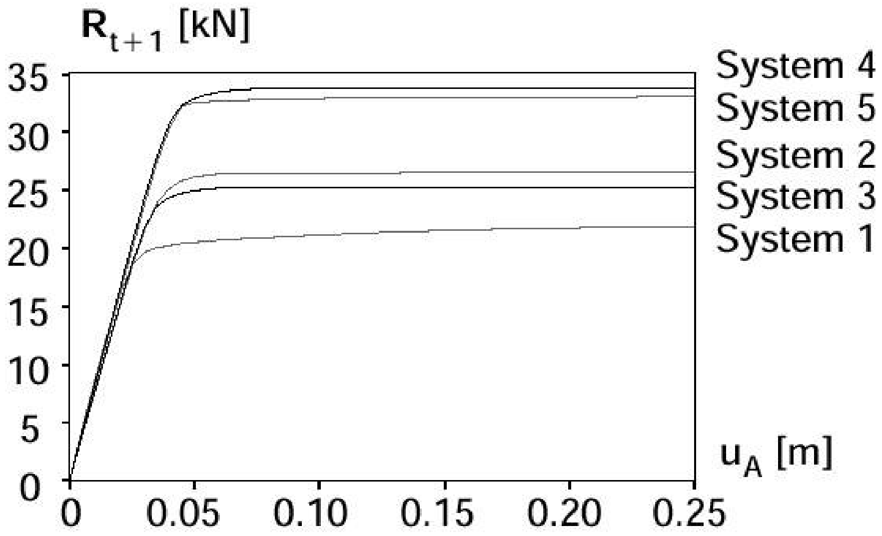
System 3: Vereinfachtes Modell von System 2



System 4: Optimierung bei Elastoplastizität

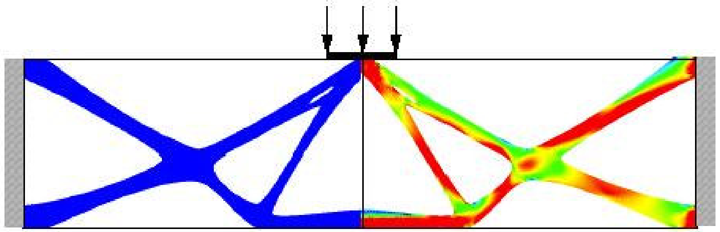
Zielfunktion: Duktilität NB: Konstante Masse

	System 1	System 2	System 3	System 4	System 5
Duktilität	100%	127%	121%	162%	156%
Grenzlast	100%	122%	116%	156%	152%
Elast. Steifigkeit	100%	87%	88%	96%	94%



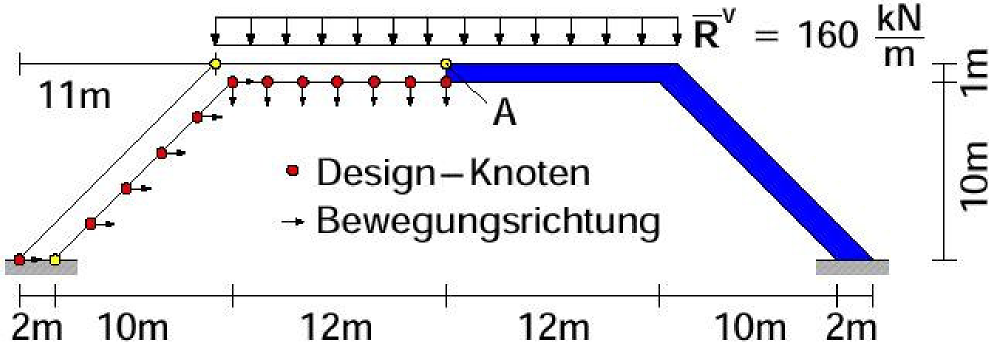
Zielfunktion: Spannungsausgleich

Optimierung: elastisches Materialverhalten
Analyse: elastoplastisches Materialverhalten



System 5: Spannungsausgleich

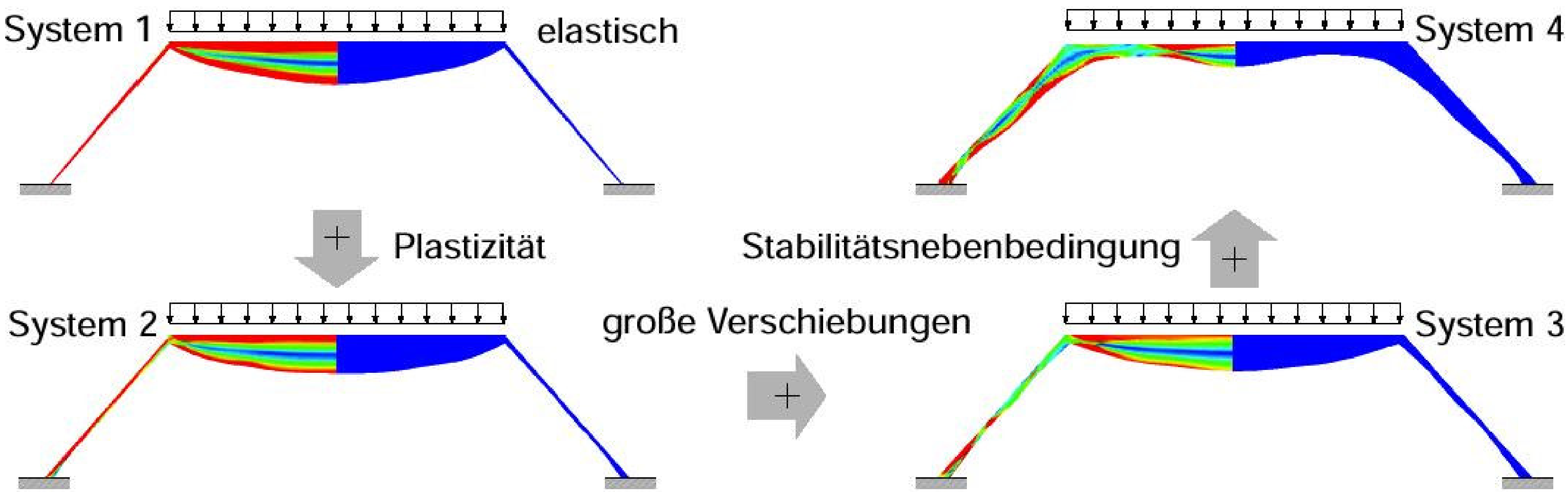
Zielfunktion: Duktilität — NB: Konstante Masse



Materialdaten:

$$E = 2.1 \cdot 10^{8}\ kN/m^{2}$$
$$E_h = 0.0001\ kN/m^{2}$$
$$\sigma_y = 2.4 \cdot 10^{5}\ kN/m^{2}$$
$$\nu = 0.3$$
$$d = 0.1\ m$$

$$\mathbf{R}^{v}_{t+1} = \lambda_{t+1}\overline{\mathbf{R}}^{v}\ ;\ \hat{u}_A = 0.20\ m$$



PORSCHE

- Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen
- Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen
- Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell
- Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell
- Sensitivitätsanalyse
- Methoden der Topologieoptimierung
- Methoden der Formoptimierung
- Beispiele

- **Verfügbare Software**

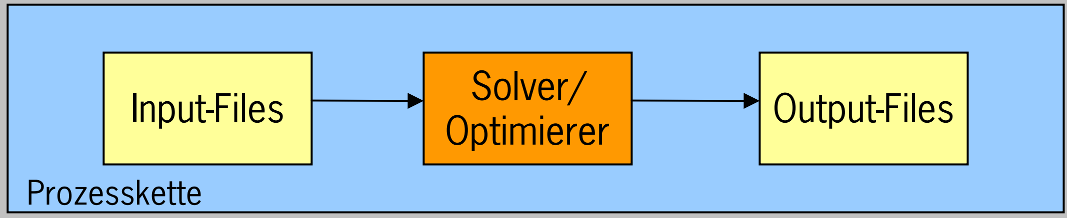
- Zusammenfassung

Optimierung mit analytischen Gradienten	Strukturanalyse linear	nichtlinear (Spezialfälle)
Topologieoptimierung	z.B. OptiStruct, Permas, TopoSLANG, TOSCA	z.B. TOSCA
Sizing	z.B. OptiStruct, Permas, Nastran, Ansys	z.B. Mecano
Formoptimierung	z.B. OptiStruct, Permas, Nastran, Ansys, TOSCA	z.B. Mecano, TOSCA

Optimierung ohne bzw. mit numerischen Gradienten	Hochgradig nichtlineare Strukturantwort
Allg. Optimierungsaufgaben:	z.B. iSIGHT, BOSS4, OPTIMUS, LS-OPT, HyperOpt, STORM, OptiSLANG,...

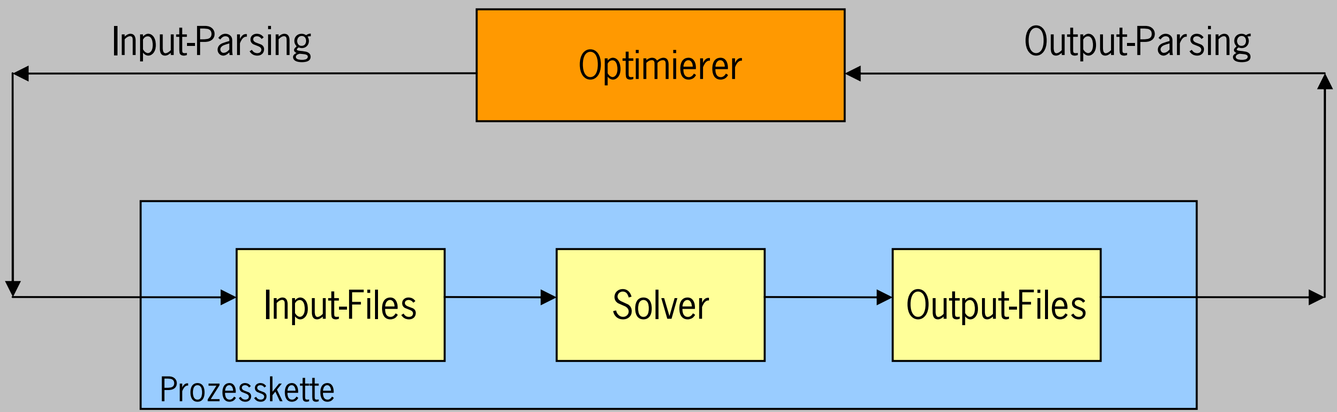
(beliebige Variablen, mechanische Probleme, Kombinationen von Solvern, Optimierungsalgorithmen)

Integrierte Optimierung:



Solver/Optimierer:
Permas
OptiStruct
Nastran
Mecano,
Ansys, TOSCA,...

„Allgemeine“ Optimierung:



Optimierer: iSIGHT, BOSS/Quattro, LS-OPT, OPTIMUS, OptiSLang, HyperOpt, STORM,...

Solver: Permas, Nastran, Abaqus, Madymo, Dyna, Ansys, Marc, Adams, Fatigue, Wave,...

- Was ist Strukturoptimierung - Hierarchiestufen
- Beschreibung des mathematischen Optimierungsproblems - Definitionen
- Ermittlung des Strukturverhaltens - Analysemodell
- Lösungsalgorithmen - Optimierungsmodell
- Sensitivitätsanalyse
- Methoden der Topologieoptimierung
- Methoden der Formoptimierung
- Beispiele
- Verfügbare Software


Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!
S PR 234