# Implementierung eines Thermoviskoplastizitätsmodells mit Schädigung für die simultane Kalt-/Warmumformung

A. Szczepaniak<sup>1</sup>, C. Bröcker<sup>2</sup>, A. Matzenmiller<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut für Mechanik, Fachbereich Maschinenbau, Universität Kassel <sup>2</sup>Bombardier Transportation, Kassel

#### Abstract:

For the analysis of simultaneous hot/cold forging processes, a thermoviscoplastic constitutive model is introduced, representing nonlinear isotropic and kinematic hardening, thermally activated recovery effects, strain rate sensitivity as well as damage evolution. Their thermal properties are considered in the large range from room temperature nearly up to the melting point. The material theory is based on an enhanced concept of rheological models which allows a largely intuitive interpretation of the material parameters and additionally on the concept of effective stresses. The constitutive model is implemented into LS-DYNA and the material parameters for a low alloyed steel are identified by using LS-OPT and validated by means of a simultaneous hot/cold forging process.

# **Keywords:**

thermoviscoplasticity, damage, rheological models, simutaneous hot/cold forging

# 1 Einleitung

In der historischen Entwicklung der Technik spielt Wärme in der Umformung von metallischen Bauteilen seit langem eine entscheidende Rolle. Eine kontinuierliche Weiterentwicklung im Bereich der Umformprozesse hat es ermöglicht, Werkstücke mit komplizierten Geometrien in großer Stückzahl produzieren zu können. Allerdings erfordert dessen gewinnbringende Produktion eine robuste Prozessauslegung, die oftmals mit kostenintensiven Vorversuchen verbunden ist.

In der Auslegungsphase von robusten Produktionsprozessen hat sich die computergestützte Simulation in den letzten Jahrzehnten als sehr nützliches Werkzeug erwiesen, dessen Einsatz zu einer maßgeblichen Kostenreduzierung durch eine Verringerung von experimentellen Versuchsreihen beiträgt. Die computergestützte Simulation solcher Verfahren ermöglicht daneben eine vielfältige und detaillierte Untersuchung, die sich in der Optimierung altbewährter und der Entwicklung neuer und innovativer Produktionsprozesse als nützlich erweist.

Allerdings wird für die Simulation von komplexem, thermomechanischen Werkstoffverhalten ein Materialmodell vorausgesetzt, das in der Lage ist, die relevanten physikalischen Effekte ausreichend genau zu erfassen. Welche Effekte als relevant gelten, muss dabei von Fall zu Fall unterschiedlich bewertet werden.

Die nachfolgende Vorstellung eines Produktionsprozesses [19] wird zunächst verdeutlichen, welche Herausforderungen aus Sicht der Simulation bestehen und welche Anforderungen an ein Materialmodell daraus resultieren. Dazu werden die relevanten charakteristischen Merkmale des Materialverhaltens metallischer Werkstoffe zunächst allgemein zusammengefasst, das Konzept der rheologischen Materialmodellierung anhand eines vereinfachten Thermoviskoplastizitätsmodells vorgestellt und anschließend der gewählte Ansatz zur Schädigungserfassung erläutert. Der Erweiterung des vereinfachten Thermoviskoplastizitätsmodells auf das Thermoviskoplastizitätsmodell nach Bröcker und Matzenmiller [3,4,5,6 und 7] folgen nach einem einfachen Berechnungsbeispiel zwei Studien zur Plausibilitätsuntersuchung der implementierten Schädigung und abschließend die Ergebnisse der Parameteridentifikation und Validierung des Materialmodells ohne Schädigung.

# 2 Simultane Kalt-/ Warmumformung

In Hinblick auf eine Prozesssimulation stellt der in [19] beschriebene Umformprozess eine große Herausforderung dar. Ein zylindrisches Werkstück aus Schmiedestahl wird – s. Abb. 1 roter Bereich – über Induktion lokal erwärmt, wodurch es zu hohen Temperaturunterschieden im Vergleich zu den kalten Enden des Werkstücks kommt. Ein Materialmodell, mit dem sich die in Abb. 2 dargestellte Umformung ausreichend genau simulieren lassen soll, muss unter anderem das stark temperaturabhängige Materialverhalten von metallischen Werkstoffen abbilden. Im weiteren Verlauf dieses Produktionsprozesses erfolgt eine große Umformung im erwärmten Bereich, der sich eine prozessintegrierte Härtung durch Abkühlung direkt im Gesenk anschließt. Während des Umformvorgangs findet an den Wellenenden eine Kaltumformung mit Kaltverfestigung statt. Je nachdem, welche der ge-

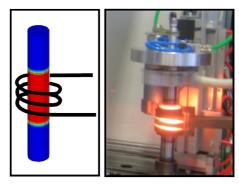
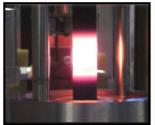
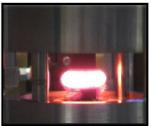


Abb. 1: Induktive Erwärmung der Welle [19].

nannten Effekte erfasst werden sollen, muss das Materialmodell entsprechend formuliert sein.





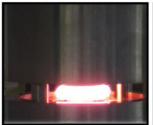




Abb. 2: Simultane Kalt-/Warmumformung der Flanschwelle. Große Umformung im stark erwärmten Bereich bei simultaner Kaltumformung der Wellenenden [19].

# 3 Grundlagen des implementierten Materialmodells

## 3.1 Charakterisierung des temperaturabhängigen Werkstoffverhaltens von Stahl

Metallische Werkstoffe weisen ein stark temperaturabhängiges Materialverhalten auf. Die im folgenden dargestellten charakteristischen Merkmale werden im unten dargestellten Thermoviskoplastizitätsmodell erfasst.

Das in Abb. 3 dargestellte Spannungs-Dehnungs-Diagramm zeigt Spannungsverläufe für zwei Temperaturen  $\theta$ , für die  $\theta_2 {>} \theta_1$  gilt. Bei sehr geringen Verformungen verhalten sich Metalle in guter Näherung zunächst elastisch. In der Mikrostruktur des Werkstoffes kommt es zu reversiblen Verzerrungen, sodass nach einem Zyklus von Be- und Entlastung der Werkstoff den Ausgangszustand wieder annimmt. Der dort noch vorliegende lineare Zusammenhang zwischen Spannung  $\sigma$  und Dehnung  $\varepsilon$  wird durch den Elastizitätsmodul E definiert. Die Steigung des linearen Bereiches nimmt mit steigender Temperatur ab:  $E_1 {>} E_2$ .

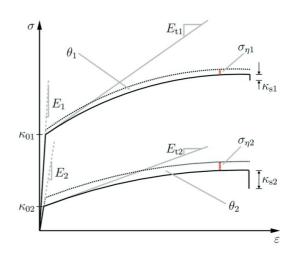


Abb. 3: Skizze zum temperaturabhängigen Werkstoffverhalten [7].

Überschreitet die Spannung die Anfangsfließspannung  $K_0$ , kommt es zu irreversiblen Veränderungen in der Mikrostruktur des Werkstoffes, die sich durch plastische Deformationen des Werkstoffes äußern. In Bezug auf die Abb. 3 gilt für die dargestellten Kurven  $\kappa_{01} > \kappa_{02}$ . Nach Überschreiten der Anfangsfließspannung liegt ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Spannung und plastischer Dehnung vor. Eine differentielle Betrachtung am Beginn des nichtlinearen plastischen Bereiches liefert die Tangentensteigung, die auch als Verfestigungsmodul  $E_t$  bezeichnet wird. Für diesen gilt:  $E_{t1} > E_{t2}$ . Folglich kommt es bei höheren Temperaturen zu einer langsamer fortschreitenden und geringeren Verfestigung als bei niedrigeren Temperaturen.

Der Spannungsanteil, der sich durch die Viskosität des Materials ergibt, wird als viskose Überspannung bezeichnet. Diese fällt bei höheren Temperaturen, relativ zur Gesamtspannung betrachtet, größer aus:  $\sigma_{\eta\,1}$  /  $\sigma_1$ < $\sigma_{\eta\,2}$  /  $\sigma_2$ . Bei einer höheren Temperatur liegt also eine größere Dehnratenabhängigkeit der Spannungsantwort vor.

Die zeitabhängige Rückbildung der Verfestigung wird als statische Erholung bezeichnet. Diese ist auf thermisch aktivierte Erholungsvorgänge im Metallgefüge zurückzuführen. Es gilt  $K_{s1} < K_{s2}$ , womit bei erhöhter Temperatur eine verstärkte Rückbildung der Verfestigung auftritt [7].

# 3.2 Rheologische Materialmodellierung

Ein besonderes Merkmal des Thermoviskoplastizitätsmodells nach Bröcker und Matzenmiller [3,4,5,6 und 7] ist, dass es, im Gegensatz zu vielen anderen Materialmodellen, auf Grundlage rheologischer Modelle entwickelt worden ist. Durch diese Vorgehensweise handelt es sich bei diesem Materialmodell nicht nur um einen Satz an Gleichungen, sondern um ein anschauliches System aus Grundelementen, bei dem sich der Zusammenhang zwischen Deformationen und Spannungen durch die Regeln der Netzwerkbildung ergeben. Unter Einhaltung der grundlegenden Regeln für die Reihen- und Parallelschaltung in Netzwerken ist es mithilfe von rheologischen Grundelementen möglich, einzelne charakteristische Merkmale zu einem Gesamtmodell zusammenzufügen. Die Betrachtung eines Materialmodells als Netz-

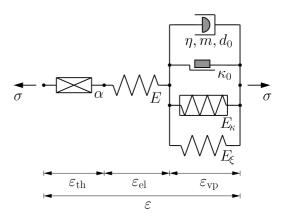


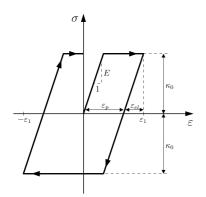
Abb. 4: Rheologisches Modell für die Thermoviskoplastizität [7].

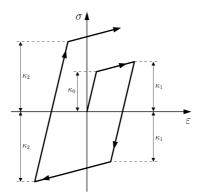
werk von Grundelementen vereinfacht letztendlich den Umgang mit dem Materialmodell, sei es in dessen Entwicklung, Weiterentwicklung, oder der Materialparameteridentifikation.

In Abb. 4 ist eine vereinfachte Variante des Thermoviskoplastizitätsmodell nach Bröcker dargestellt, mit dessen Hilfe das Konzept der Materialmodellierung auf Grundlage rheologischer Modelle vorgestellt wird.

Durch eine von den restlichen Grundelementen isolierte Betrachtung des Federelements (Materialparameter E), bildet das rheologische Modell aus Abb. 4 zunächst elastisches Materialverhalten ab. Das Hinzufügen eines Reibelements (Materialparameter  $\kappa_0$ ) ermöglicht dem Modell, die in Abb. 5 dargestellte ideale Elasto-Plastizität abzubilden.

Wird die bisher vorliegende Reihenschaltung um ein zum Reibelement parallel geschaltetes Verfestigungselement (Materialparameter  $E_\kappa$  ) ergänzt, ermöglicht dies die Abbildung linearer isotroper Verfestigung (siehe Abb. 6). Die Erweiterung um ein dazu parallel geschaltetes Federelement (Materialparameter  $E_\xi$  ) liefert, wie in Abb. 7 dargestellt, die Abbildung linearer kinematischer Verfestigung. Ein zur Parallelschaltung hinzugefügter Dämpfer fügt dem für die Plastizität verantwortlichen Zweig des rheologischen Modells noch Dehnratenabhängigkeit und somit viskoses Materialverhalten hinzu. Wird abschließend das rheologische Modell um ein thermisches Dehnelement (Materialparameter  $\alpha$  ) erweitert, ergibt dies ein Thermoelastoviskoplastizitätsmodell mit linearer isotroper und kinematischer Verfestigung.





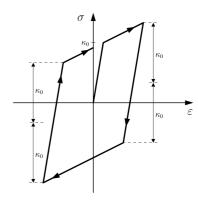


Abb. 5: Ideale Elasto-Plastizität

Abb. 6: Isotrope Verfestigung

Abb. 7: Kinematische Verfestigung

## 3.3 Konzept der effektiven Spannungen

Die im Materialmodell implementierte Schädigung basiert auf dem Konzept der effektiven Spannungen nach Rabotnov. Der Grundgedanke dieses Konzeptes ist, dass es im Material in Folge von Beanspruchungen zu Mikrorissen, Poren oder anderen Schadensformen kommt, welche zu einer Verringerung des effektiv tragenden Querschnitts führen – siehe Abb. 8.

Durch Betrachtung zweier materieller Körper im physikalischen und effektiven Spannungsraum (s. Abb. 8) wird deutlich: Bei Einhaltung des Dehnungsäquivalenzprinzips und gleichbleibender Last liegt zwischen physikalischer Spannung und effektiver Spannung ein von der Querschnittsabnahme abhängiger, proportionaler Zusammenhang vor. Die Beziehung zwischen der geschädigten und der effektiven Spannung wird mithilfe der Schädigungsvariablen D, die Werte von 0 (unge-

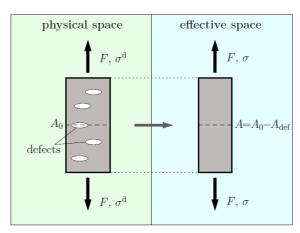


Abb. 8: Skizze zum Konzept der effektiven Spannung [5].

schädigt) bis 1 (vollständig geschädigt) annehmen kann, hergestellt – siehe Gl. (4) im Anhang. Im Materialmodell wird für die Entwicklung der Schädigung das Schädigungskriterium nach Johnson und Cook [10] verwendet um eine spannungs-, dehnraten- und temperaturabhängige Entwicklung zu realisieren.

#### 3.4 Thermoviskoplastizitätsmodell

Das in Abschnitt 3.2 vorgestellte Materialmodell kann mithilfe geeigneter Änderungen zum Thermoviskoplastizitätsmodell nach Bröcker und Matzenmiller [3,4,5,6 und 7] erweitert werden, das nichtlineare isotrope und kinematische Verfestigung mit statischer Erholung, Dehnratensensitivität sowie insbesondere auch die thermische Entfestigung im relevanten Temperaturbereich abbilden kann und eine spannungs-, dehnraten- und temperatursensitive Schädigungserfassung erlaubt. Das Thermoviskoplastizitätsmodell erfasst alle in Abschnitt 3.1 genannten Charakteristika temperaturabhängigen Materialverhaltens von metallischen Werkstoffen. Es stellt eine Weiterentwicklung des Bammann-Modells [2] und des EMMI-Modells [13] dar.

Dem vereinfachten Thermoviskoplastizitätsmodell aus Abschnitt 3.2 wird zunächst eine Schädigungserfassung nach dem Konzept der effektiven Spannungen hinzugefügt. Ausgehend von der Gleichgewichtsbeziehung zwischen den einzelnen Grundelementen im rheologischen Modell lässt sich zeigen, dass die Verminderung der Gesamtspannung  $\sigma$  nach  $\sigma^d$  infolge der Schädigung zur Verminderung aller Spannungen in den einzelnen Grundelementen, äquivalent zu Gl. (4) im Anhang, führt. Nach konsequenter Umsetzung der Spannungsverminderung durch die Schädigungsvariable D in den Modellgleichungen ermöglicht die Einführung einer geeigneten Differentialgleichung zur Beschreibung der Schädigungsentwicklung nach Johnson und Cook [10] die Erfassung von Schädigung im Materialmodell. Die genaue Vorgehensweise wird in [3] ausführlich behandelt.

Geeignete Änderungen an den Definitionen der Grundelemente der kinematischen Verfestigung und der isotropen Verfestigung ermöglichen im nächsten Schritt eine Berücksichtigung von statischer Erholung. Die Rückbildung der Verfestigungen wird dabei in Abhängigkeit der bestehenden Dehnungen, der vorliegenden Temperatur und dafür eigens eingeführter Materialparameter vorgegeben – vgl. [3,4 und 7].

Die bisher lineare isotrope und kinematische Verfestigung können im nächsten Schritt jeweils in nichtlineare Verfestigungen überführt werden. Die Ergänzung des rheologischen Modells um dissipative Dehnungselemente sorgt dafür, die auftretende Dehnung in den betroffenen Grundelementen zu begrenzen [3,4 und 7]. Durch den von den dissipativen Dehnungselementen aufgenommenen Dehnungsanteil kann ein nichtlinearer Verfestigungsverlauf (s. Abb. 9) erreicht werden, wodurch die einzelnen Verfestigungsarten asymptotisch gegen einen Sättigungswert laufen.

Die Einführung geeigneter temperaturabhängiger Funktionen für die Materialparameter ermöglicht dem Konstitutivmodell, den in der simultanen Kalt-/Warmumformung relevanten Temperaturbereich von Raumtemperatur bis nahe dem Schmelzpunkt des Werkstoffes abzubilden. Damit lassen sich die in Abb. 9 dargestellten temperaturabhängigen Spannungsverläufe eines simulierten Zugversuchs realisieren. Als Grundlage der eingeführten Funktionen wird unter anderem der Tangens Hyperbolicus verwendet, dessen charakteristischer Verlauf sich für das temperaturabhängige Verhalten anbietet. Die vorangegangene kurze Zusammenfassung kann mithilfe von [3,4,5,6 und 7] im genaueren nachvollzogen werden. Das aus diesen Schritten resultierende Materialmodell ist im Anhang in dreidimen-

vollzogen werden. Das aus diesen Schritten resultierende Materialmodell ist im Anhang in dreidimensionaler Formulierung für kleine Verzerrungen aufgeführt. Dieses wird vor der Implementierung als User-Materialmodell in eine hypoelastische Formulierung zur Anwendung bei finiten Deformationen unter Annahme kleiner elastischer Verzerrungen überführt, wobei für das Spannungsupdate von der objektiven JAUMANN-Spannungsrate Gebrauch gemacht wird – siehe [6,7].

#### 4 Untersuchungen am Thermoviskoplastizitätsmodell

Nachfolgend werden die Ergebnisse von Untersuchungen am Thermoviskoplastizitätsmodell nach Bröcker und Matzenmiller [3,4,5,6 und 7] vorgestellt und diskutiert. Anhand der in Abschnitt 4.1 vorgestellten Untersuchungsergebnisse soll zunächst gezeigt werden, wie sich die vorgenommenen Erweiterungen aus Abschnitt 3.4 im Zugversuch bemerkbar machen. Weiterführend wird in Abschnitt 4.2 untersucht, ob mithilfe des über die User-Schnittstelle von LS-DYNA implementierten Materialmodells mit Schädigungserfassung plausible Ergebnisse erzielt werden. Die anschließende Materialparameteridentifikation für die Stahlsorte 51CrV4 sowie die Validierung des Materialmodells wird in den Abschnitten 4.3 und 4.4 mit dem effektiven Materialmodell, also ohne Berücksichtigung von Schädigung durchgeführt.

## 4.1 Berechnung von Fließkurven

Die in Abschnitt 3.4 geschilderte Erweiterung führt auf das Thermoviskoplastizitätsmodells nach Bröcker und Matzenmiller [3,4,5,6 und 7]. Dessen Verwendung ermöglicht die Berechnung der in Abb. 9 dargestellten Fließkurven bei veränderlicher Temperatur. Die in grau dargestellten effektiven Spannungsantworten zeigen den erfolgreich umgesetzten Ansatz für das nichtlineare Verfestigungsverhalten. An ihnen lässt sich erkennen, dass es zu einer unterschiedlichen Entwicklung des verfestigenden und entfestigenden Anteils der Verfestigungsspannung in Abhängigkeit der Temperatur kommt. Bei Raumtemperatur findet fast ausschließlich Verfestigung statt wodurch es zu dem in Abschnitt 3.4 angesprochenen asymptotischen Verlauf kommt. Mit steigender Temperatur nimmt der entfestigende Anteil an der Verfestigungsspannung zu und führt in Summe zu einer deutlichen Entfestigung der Gesamtspannung – s. Abb. 9. Die farbigen Verläufe in Abb. 9 stellen die Fließkurven des Materialmodells mit Schädigung dar. Hier ist eine deutliche Abnahme der Spannung nach Erreichen des Maximums aufgrund des Schädigungsansatzes zu erkennen. Des Weiteren nehmen die kritische Dehnung, welche am Spannungsmaximum vorliegt und den Schädigungsbeginn markiert, sowie die Bruchdehnung mit steigender Temperatur zu. Dies ist mit der temperaturab-

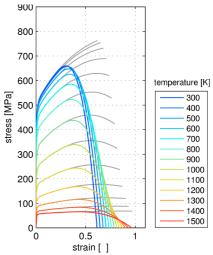


Abb. 9: Simulation von Zugversuchen für Temperaturstufen von 300 K bis 1500 K. Spannungsverlauf bei Schädigung (in Farbe) und effektive Spannungsantwort (in Grau) [7].

hängigen Entwicklung der Schädigungsvariablen D zu erklären, welche anhand des Verlaufs der Fließkurven im Entfestigungsbereich gut zu erkennen ist.

### 4.2 Studie am Materialmodell mit Schädigung

#### 4.2.1 Druck-Zug-Druck-Versuch bei konstanter Starttemperatur

Zur Plausibilitätsuntersuchung wird auf die Unterkante eines zylindrischen Körpers, dessen Symmetrie durch geeignete Symmetrierandbedingungen ausgenutzt wird, der in Abb. 10 dargestellte Verschiebungs-Zeit-Verlauf aufgebracht. Die Oberkante ist dabei fest eingespannt, wodurch es zur Deformation des Körpers kommt. Bei der durchgeführten Simulation handelt es sich somit um einen Druck-Zug-Druck-Versuch, der bei Raumtemperatur durchgeführt wird. In

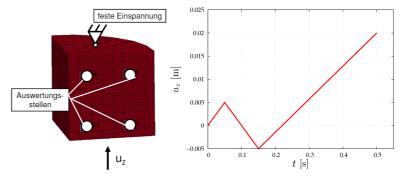


Abb. 10: Links: FE-Modell mit eingetragener Verschiebungsrichtung. Rechts: Verschiebungs-Zeit-Verlauf

Abb. 11 sind die Ergebnisse für die Bogenlänge der plastischen Dehnung dargestellt. Ein genauerer Vergleich der Simulationen ohne und mit Schädigung zeigt, dass sich die plastische Bogenlängen im späteren Simulationsverlauf unterschiedlich entwickeln. Das weitere Voranschreiten der plastischen Bogenlänge konzentriert sich im späteren Verlauf tendenziell im unteren Bereich des Modells, dies wird auch als Lokalisierung bezeichnet. Den Grund für diese Entwicklung zeigt Abb. 12, in welcher der Zeitverlauf der Schädigungsvariable D dargestellt ist. Die strukturell bedingt höhere plastische Bogenlänge im unteren Bereich des Modells treibt die Schädigungsentwicklung im Vergleich zum oberen Bereich schneller voran, womit es durch das Aufweichen der Elemente zu einer weiter begünstigten Entwicklung der plastischen Bogenlänge kommt. Somit kommt es zu einer leichten Lokalisierung der berechneten Schädigung im unteren Bereich des Modells. Die Abb. 13-15 zeigen die Vergleichsspannung  $\sigma_v$ , die isotrope Verfestigung  $\kappa$  und die z-Komponente  $K_{zz}$  des Tensors der kinematischen Verfestigung K an den ausgewerteten Elementen. Passend zum Konzept der effektiven Spannungen und Gl. (4) kommt es beim Voranschreiten der Schädigungsentwicklung zu einer Verminderung der Spannungen.

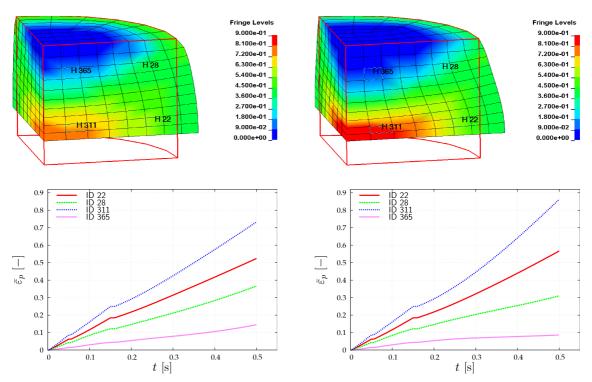


Abb. 11: Ergebnisse für die plastische Bogenlänge  $\overline{\varepsilon}_p$ . Links oben: Konturplot ohne Schädigung. Rechts oben: Konturplot mit Schädigung. Links unten: Ergebnisse an den ausgewerteten Elementen ohne Schädigung. Rechts unten: Ergebnisse an den ausgewerteten Elementen mit Schädigung

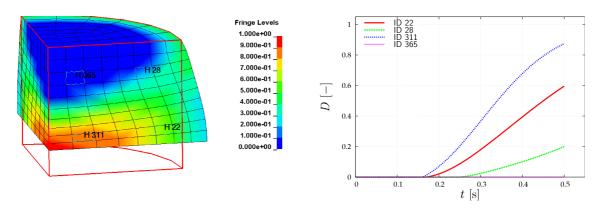


Abb. 12: Ergebnisse für die Schädigungsvariable D .

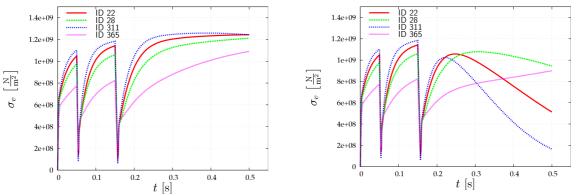


Abb. 13: Ergebnisse für die Vergleichsspannung  $\sigma_{\rm v}$  . Links: Ohne Schädigung. Rechts: Mit Schädigung

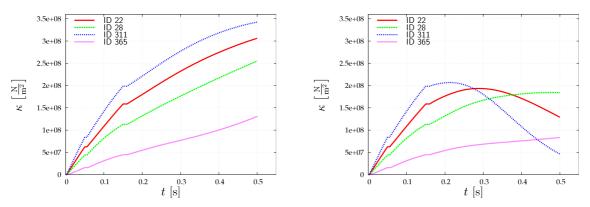


Abb. 14: Ergebnisse für die isotrope Verfestigung  $\kappa$  . Links: Ohne Schädigung. Rechts: Mit Schädigung

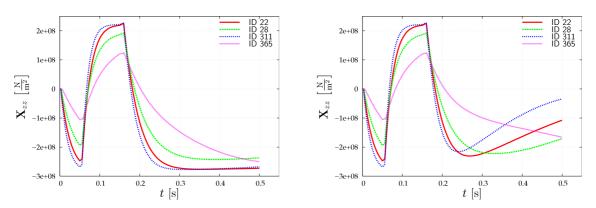


Abb. 15: Ergebnisse für die z-Komponente  $X_{zz}$  des Tensors der kinematischen Verfestigung X. Links: Ohne Schädigung. Rechts: Mit Schädigung

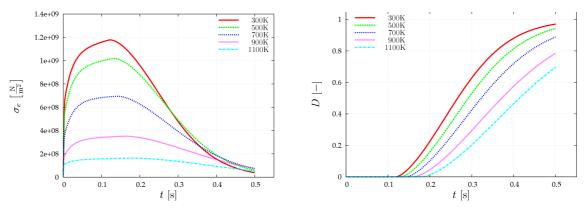


Abb. 16: Auswertungsergebnisse am Element mit der größten Schädigung für unterschiedliche Temperaturen. Links: Verlauf der Vergleichsspannung  $\sigma_v$ . Rechts: Verlauf der Schädigungsvariable D

## 4.2.2 Versuch mit monotoner Belastung bei veränderlicher Starttemperatur

Zur Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Schädigungsentwicklung wird auf das in Abschnitt 4.2.1 vorgestellte FE-Modell eine monoton steigende Verschiebung bei veränderlicher Starttemperatur aufgebracht.

Die Ergebnisse aus Abb. 16 zeigen zum einen den zu erwartenden Abfall der Vergleichsspannung infolge der Schädigung, zum anderen die von der Starttemperatur abhängige Schädigungsentwicklung. Es wird deutlich, dass bei höheren Temperaturen die Entwicklung der Schädigung später einsetzt und außerdem langsamer voranschreitet. Wird für die Schädigungsvariable D ein kritischer Wert vorgegeben, bei dem Bruch erfolgen soll, käme es somit bei höherer Temperatur zu einer größeren Bruchdeh-

nung. Die Ergebnisse dieser Studie zeigen, dass das Schädigungskriterium nach Johnson und Cook [10] in Bezug auf die Temperaturabhängigkeit erfolgreich in das Materialmodell implementiert worden ist.

# 4.3 Identifikation der Materialparameter

Neben den konstitutiven Gleichungen des Materialmodells (s. Anhang) wird das simulierte Materialverhalten vor allem durch die identifizierten Materialparameter bestimmt. Die Näherungsgüte einer Simulation hängt unmittelbar von den verwendeten Materialparametern ab. Die im weiteren Verlauf vorgestellten Ergebnisse betreffen das effektive Materialmodell ohne der Erfassung von Schädigung. Die Identifikation der Materialparameter wird mithilfe der Optimierungssoftware LS-OPT anhand experimenteller Versuchsdaten für die Stahllegierung 51CrV4 durchgeführt. Sie erfolgt durch die Be-

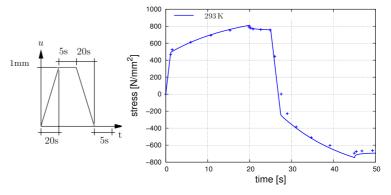


Abb. 17: Vergleich zwischen experimentellen Stützstellen (Punkte) und Simulationsergebnissen (Kurven). Links: Verschiebungs-Zeit-Schema. Rechts: Zug-Druck-Versuch mit Relaxationsphase an einer Zylinderprobe [1].

stimmung eines physikalisch plausiblen Minimums der Abweichung zwischen experimentellen Stützstellen und den Simulationsergebnissen. Dabei wird eine eindimensionale Formulierung des effektiven Materialmodells verwendet, mit der die im Experiment durchgeführten Versuche simuliert werden. Für weitergehende Informationen zur Identifikationsstrategie vgl. [7,18].

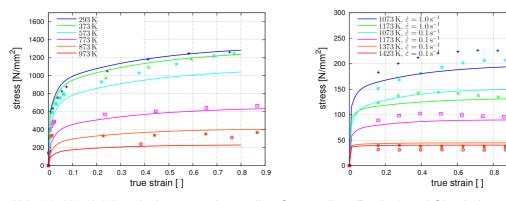


Abb. 18: Vergleich zwischen experimentellen Stützstellen (Punkte) und Simulationsergebnissen (Kurven). Links: Fließkurven aus [16]. Rechts: Fließkurven aus [8].

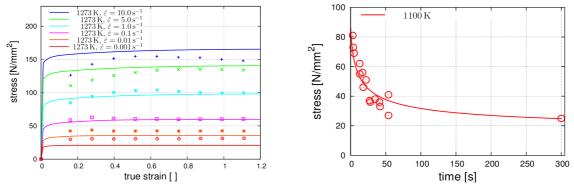


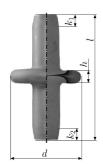
Abb. 19: Vergleich zwischen experimentellen Stützstellen (Punkte) und Simulationsergebnissen (Kurven). Links: Fließkurven aus [8]. Rechts: Erholungsversuch aus [11].

Die Diagramme aus den Abb. 17-19 zeigen, dass so Materialparameter für den Stahl 51CrV4 identifiziert werden können, die qualitativ und quantitativ wertvolle Simulationsergebnisse liefern. Somit lässt sich das Materialverhalten der Stahlsorte 51CrV4 unter Berücksichtigung aller notwendigen physikalischen Effekte, die das oben dargestellte Thermoviskoplastizitätsmodell ohne Schädigung erfasst, in guter Näherung abbilden.

# 4.4 Validierung an der Flanschwelle

Die Validierung der identifizierten Materialparameter wird an dem in Abschnitt 2 vorgestellten Produktionsprozess mit simultaner Kalt-/Warmumformung unter Verwendung von LS-DYNA durchgeführt. Genauere Einzelheiten zur Implementierung des Materialmodells für die Finite-Elemente-Simulation und für das elementfreie GALERKIN-Verfahren (EFG) als auch zur FE-Modellierung können anhand der Ausführungen in [5,7,14 und 15] nachvollzogen werden. Zum Vergleich wird das Standard-Thermoviskoplastizitätsmodell "Material 106" (\*MAT\_ELASTIC\_VISCOPLASTIC\_THERMAL) aus LS-DYNA herangezogen – vgl. [9,12].

Das Thermoviskoplastizitätsmodell nach Bröcker und Matzenmiller [3,4,5,6 und 7] zeigt im Vergleich zum Thermoviskoplastizitätsmodell aus LS-DYNA – in Abb. 20 als Std-M bezeichnet – eine verbesserte Näherungslösung der Endgeometrie sowie der im Prozess notwendigen Umformkraft – s. Abb. 20. Somit repräsentiert das entwickelte Materialmodell das reale Werkstoffverhalten besser als das Standard-Materialmodell aus LS-DYNA – vgl. [5,7].



Label	Experiment	Simulation		
	(mm)	(mm)		
Model		Std-M	New-Model	
Analysis		FE	FE	EFG
$k_1$	12.0	13.9	13.3	12.7
$k_2$	14.0	13.9	13.3	12.6
h	13.6	13.5	13.6	13.7
d	76.8	78.1	77.8	77.6
l	130.6	131.3	130.3	129.0

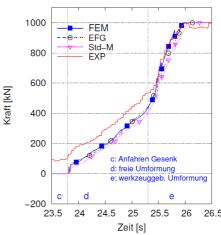


Abb. 20: Vergleich zwischen experimentellen Ergebnissen [17] und numerischen Ergebnissen aus der Simulation [5,7,14 und 15]. Links: Endgeometrie der Flanschwelle. Mitte: Vergleich der Endgeometriewerte. Rechts: Zeitlicher Verlauf der Umformkräfte aus Experiment und Simulationen.

#### 5 Zusammenfassung

Das vorgestellte Thermoviskoplastizitätsmodell für die Analyse simultaner Kalt-/Warmumformungsprozesse bildet die nichtlineare isotrope und kinematische Verfestigung mit statischer Erholung, die Dehnratensensitivität sowie insbesondere auch die thermische Entfestigung im relevanten Temperaturbereich ab. Es erlaubt eine spannungs-, dehnraten- und temperatursensitive Schädigungserfassung. Das Konstitutivmodell ist über die User-Schnittstelle von LS-DYNA für die explizite Zeitintegration implementiert und die zugehörigen Parameter sind mithilfe von LS-OPT für den niedrig legierten Stahl 51CrV4 identifiziert worden. Mithilfe zweier Studien wird gezeigt, dass der gewählte Schädigungsansatz realitätsnahe Fließkurven im Entfestigungsbereich liefert. Die Validierung des effektiven Materialmodells (ohne Schädigungsprognose) erfolgt anhand der thermomechanisch gekoppelten FE-Analyse eines simultanen Kalt-/ Warmumformungsprozesses und liefert eine genauere Näherungslösung als das Standard-Thermoviskoplastizitätsmodell in LS-DYNA.

#### **Danksagung**

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Förderung im Rahmen der beiden Forschungsvorhaben Sonderforschungsbereich SFB/TRR30 und Ma1186/5-2.

# 6 Anhang

## 6.1 Materialmodell in 3D-Formulierung mit Erfassung von Schädigung

Kinematik:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{th}} + \mathbf{E}_{\text{el}} + \mathbf{E}_{\text{vp}} \quad , \qquad \dot{\mathbf{E}}_{\text{th}} = \hat{\alpha}(\theta) \,\dot{\theta} \,\mathbf{1} \tag{1}$$

Freie Energie:

$$\psi^{d} = \psi_{th} + (1 - D)\psi_{M} \quad , \qquad \psi_{th} = \hat{Q}(\theta) \tag{2}$$

$$\psi_{\mathrm{M}} = \frac{1}{2\rho} \left( 2\hat{G}(\theta) \, \mathbf{E}_{\mathrm{el}}^{\mathrm{D}} \cdot \mathbf{E}_{\mathrm{el}}^{\mathrm{D}} + \hat{K}(\theta) \, \mathrm{sp}(\mathbf{E}_{\mathrm{el}})^2 + 2\hat{\kappa}_0(\theta) \, \varepsilon_{\kappa_0} + \hat{E}_{\kappa}(\theta) \, \varepsilon_{\kappa}^2 + \hat{E}_{X}(\theta) \, \mathbf{E}_{X} \cdot \mathbf{E}_{X} \right)$$
(3)

Geschädigte/effektive Spannung:

$$\mathbf{T}^{\mathrm{d}} = (1 - D)\mathbf{T} \tag{4}$$

Elastizitätsbeziehung:

$$\mathbf{T}^{\mathrm{d}} = 2\,\hat{G}^{\mathrm{d}}(\theta)\,\mathbf{E}_{\mathrm{el}}^{\mathrm{D}} + \hat{K}^{\mathrm{d}}(\theta)\,\mathrm{sp}(\mathbf{E}_{\mathrm{el}})\,\mathbf{1} \quad , \qquad \hat{G}^{\mathrm{d}}(\theta) = (1-D)\hat{G}(\theta)$$

$$\hat{K}^{\mathrm{d}}(\theta) = (1-D)\hat{K}(\theta)$$
(5)

Fließfunktion:

$$F^{\mathrm{d}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \left( \mathbf{T}^{\mathrm{d}} \right)^{D} - \mathbf{X}^{\mathrm{d}} \right\| - \left( \hat{\kappa}_{0}^{\mathrm{d}}(\theta) + \kappa^{\mathrm{d}} \right) = (1 - D)F \quad , \qquad \hat{\kappa}_{0}^{\mathrm{d}}(\theta) = (1 - D)\hat{\kappa}_{0}(\theta) \tag{6}$$

Fließregel:

$$\dot{\mathbf{E}}_{vp} = \lambda \ \mathbf{N} \left( \mathbf{T}^{D} - \mathbf{X} \right) \quad , \qquad \lambda = \frac{1}{\hat{\eta}(\theta)} \left\langle \frac{F}{\hat{D}(\kappa, \theta)} \right\rangle^{\hat{m}(\theta)}$$

$$\mathbf{N} \left( \mathbf{T}^{D} - \mathbf{X} \right) = \frac{\mathbf{T}^{D} - \mathbf{X}}{||\mathbf{T}^{D} - \mathbf{X}||}$$

$$(7)$$

Isotrope Verfestigung:

$$\kappa^{\mathrm{d}} = \hat{E}_{\kappa}^{\mathrm{d}}(\theta) \, \varepsilon_{\kappa} = (1 - D)\kappa \quad , \qquad \hat{E}_{\kappa}^{\mathrm{d}}(\theta) = (1 - D)\hat{E}_{\kappa}(\theta)$$
(8)

$$\dot{\varepsilon}_{\kappa} = \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_{\kappa}}{\varepsilon_{\kappa}^{\infty}}\right)^{n_{\kappa}}\right) \dot{\bar{\mathbf{E}}}_{\mathrm{vp}} - \hat{\varepsilon}_{\kappa s}^{*}(\theta) \left(\frac{\varepsilon_{\kappa}}{\varepsilon_{\kappa}^{\infty}}\right)^{n_{\kappa s}} , \qquad \dot{\bar{\mathbf{E}}}_{\mathrm{vp}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \,\lambda \tag{9}$$

$$\dot{\kappa} = \hat{E}_{\kappa}(\theta) \left[ \left( 1 - \left( \frac{\kappa}{\hat{\kappa}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_{\kappa}} \right) \dot{\bar{E}}_{vp} - \hat{\varepsilon}_{\kappa s}^{*}(\theta) \left( \frac{\kappa}{\hat{\kappa}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_{\kappa s}} \right] + \frac{\partial_{\theta} \hat{E}_{\kappa}(\theta)}{\hat{E}_{\kappa}(\theta)} \kappa \dot{\theta}$$
(10)

Kinematische Verfestigung:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{d}} = \hat{E}_X^{\mathrm{d}}(\theta) \, \mathbf{E}_X = (1 - D)\mathbf{X} \quad , \qquad \hat{E}_X^{\mathrm{d}}(\theta) = (1 - D)\hat{E}_X(\theta) \tag{11}$$

$$\dot{\mathbf{E}}_{X} = \dot{\mathbf{E}}_{\mathrm{vp}} - \left(\frac{\|\mathbf{E}_{X}\|}{\varepsilon_{X}^{\infty}}\right)^{n_{X}} \mathbf{N}(\mathbf{X}) \dot{\bar{\mathbf{E}}}_{\mathrm{vp}} - \hat{\varepsilon}_{Xs}^{*}(\theta) \left(\frac{\|\mathbf{E}_{X}\|}{\varepsilon_{X}^{\infty}}\right)^{n_{Xs}} \mathbf{N}(\mathbf{E}_{X})$$
(12)

$$\dot{\mathbf{X}} = \hat{E}_X(\theta) \left[ \dot{\mathbf{E}}_{vp} - \left( \frac{\|\mathbf{X}\|}{\hat{X}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_X} \mathbf{N}(\mathbf{X}) \dot{\bar{\mathbf{E}}}_{vp} - \hat{\varepsilon}_{Xs}^*(\theta) \left( \frac{\|\mathbf{X}\|}{\hat{X}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_{Xs}} \mathbf{N}(\mathbf{X}) \right] + \frac{\partial_{\theta} \hat{E}_X(\theta)}{\hat{E}_X(\theta)} \mathbf{X} \dot{\theta}$$
(13)

**Energiespeicherung Reibelement:** 

$$\dot{\varepsilon}_{\kappa_0} = \hat{\beta}(\theta) \left( 1 - \left( \frac{\varepsilon_{\kappa}}{\varepsilon_{\kappa}^{\infty}} \right)^{n_{\kappa}} \right) \dot{\bar{\mathbf{E}}}_{\mathrm{vp}} - \hat{\varepsilon}_{\kappa s}^{*}(\theta) \left( \frac{\varepsilon_{\kappa_0}}{\varepsilon_{\kappa}^{\infty}} \right)^{n_{\kappa s}}$$
(14)

Schädigungsentwicklung:

$$\dot{D} = \frac{n_{\rm D}}{\varepsilon_{\rm f0} - \varepsilon_{\rm c0}} \left\langle \frac{\bar{E}_{\rm vp}/\hat{g}(\dot{\bar{E}}_{\rm vp}, T, \theta) - \varepsilon_{\rm c0}}{\varepsilon_{\rm f0} - \varepsilon_{\rm c0}} \right\rangle^{n_{\rm D} - 1} \dot{\bar{E}}_{\rm vp}/\hat{g}(\dot{\bar{E}}_{\rm vp}, T, \theta)$$
(15)

$$\hat{g}(\dot{\bar{E}}_{vp}, T, \theta) = \left(1 + d_2 e^{(-d_3 T)}\right) \left(1 + d_4 \ln\left(1 + \dot{\bar{E}}_{vp}/\dot{\varepsilon}_0\right)\right) (1 + d_5 \theta)$$
(16)

Triaxialität:

$$T = \frac{I_1}{\sigma_v}$$
 ,  $I_1 = \frac{1}{3}\operatorname{sp}(\mathbf{T})$  ,  $\sigma_v = \sqrt{\frac{3}{2}}||\mathbf{T}^{\mathsf{D}}||$  (17)

Wärmeleitungsgleichung:

$$\hat{c}_{\text{def}}^{\text{d}} \dot{\theta} = p_{\text{te}}^{\text{d}} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \hat{k}(\theta) \operatorname{div} \vec{g} + b}_{p_{\text{O}}} + \delta_{\text{M}}^{\text{d}} + p_{\text{ti}}^{\text{d}}$$

$$\tag{18}$$

Annahme thermoelastischer/thermoinelastischer Kopplungsterm:

$$p_{\rm te}^{\rm d} \approx 0 \quad , \qquad p_{\rm ti}^{\rm d} \approx 0$$
 (19)

Mechanische Dissipation:

$$\delta_{\mathrm{M}}^{\mathrm{d}} = \delta_{\mathrm{vp}}^{\mathrm{d}} + \delta_{\mathrm{D}}^{\mathrm{d}} \tag{20}$$

Viskoplastische Dissipation:

$$\delta_{\rm vp}^{\rm d} = (1 - D)\delta_{\rm vp} \ge 0 \tag{21}$$

$$\delta_{\text{vp}} = \frac{1}{\rho} \left[ F + \left( 1 - \hat{\beta}(\theta) \right) \hat{\kappa}_{0}(\theta) + \left( \beta(\theta) \, \hat{\kappa}_{0}(\theta) + \kappa \right) \left( \frac{\kappa}{\hat{\kappa}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_{\kappa}} + \| \mathbf{X} \| \left( \frac{\| \mathbf{X} \|}{\hat{X}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_{\chi}} \right] \dot{\bar{\mathbf{E}}}_{\text{vp}} 
+ \frac{1}{\rho} \left[ \left( \hat{\kappa}_{0}(\theta) \left( \frac{\varepsilon_{\kappa_{0}}}{\varepsilon_{\kappa}^{\infty}} \right)^{n_{\kappa_{S}}} + \kappa \left( \frac{\kappa}{\hat{\kappa}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_{\kappa_{S}}} \right) \hat{\varepsilon}_{\kappa_{S}}^{*}(\theta) + \| \mathbf{X} \| \left( \frac{\| \mathbf{X} \|}{\hat{X}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_{\chi_{S}}} \hat{\varepsilon}_{X_{S}}^{*}(\theta) \right] \geq 0$$
(22)

Dissipation infolge der Schädigung:

$$\delta_{\rm D}^{\rm d} = \psi_{\rm M} \dot{D} \ge 0 \tag{23}$$

## 6.2 Temperaturabhängige Materialparameter:

Elastizitätsbeziehung:

$$\hat{G}(\theta) = \frac{\hat{E}(\theta)}{2(1+\nu)} \quad , \qquad \hat{K}(\theta) = \frac{\hat{E}(\theta)}{3(1-2\nu)} \tag{24}$$

$$\hat{E}(\theta) = \frac{1}{2} E \left( 1 + \tanh(Q_E(\theta_E - \theta)) \right)$$
(25)

Anfangsfließspannung und Energiespeicherung im Reibelement:

$$\hat{\kappa}_0(\theta) = \kappa_0 \frac{1}{2} \left( 1 + \tanh \left( Q_{\kappa_0} (\theta_{\kappa_0}^{n_{\kappa_0}} - \theta^{n_{\kappa_0}}) \right) \right) \quad , \qquad \hat{\beta}(\theta) = \frac{\hat{\kappa}_0(\theta)}{\kappa_0} \beta$$
 (26)

Dehnratensensitivität:

$$\hat{\eta}(\theta) = \eta e^{Q_{\eta}/\theta} \quad , \qquad \hat{m}(\theta) = m_0 + \frac{m_1}{\theta}$$
 (27)

$$\hat{d}(\kappa,\theta) = d_0 + d_1(\hat{\kappa}_0(\theta) + \kappa) \tag{28}$$

Isotrope Verfestigung:

$$\hat{E}_{\kappa}(\theta) = \frac{1}{2} E_{\kappa} \left( 1 + \tanh(Q_{\kappa}(\theta_{\kappa} - \theta)) \right) , \qquad \hat{\kappa}^{\infty}(\theta) = \hat{E}_{\kappa}(\theta) \, \varepsilon_{\kappa}^{\infty}$$
(29)

$$\hat{\varepsilon}_{\kappa s}^*(\theta) = \dot{\varepsilon}_{\kappa s}^* e^{-Q_{\kappa s}/\theta} \tag{30}$$

Kinematische Verfestigung:

$$\hat{E}_X(\theta) = \frac{1}{2} E_X \left( 1 + \tanh(Q_X(\theta_X - \theta)) \right) , \qquad \hat{X}^{\infty}(\theta) = \hat{E}_X(\theta) \, \varepsilon_X^{\infty}$$
 (31)

$$\hat{\varepsilon}_{X_{S}}^{*}(\theta) = \dot{\varepsilon}_{X_{S}}^{*} e^{-Q_{X_{S}}/\theta} \tag{32}$$

# Auflistung der Materialparameter:

Elastizitätsbeziehung (4):  $E, \nu, Q_E, \theta_E$  Anfangsfließspannung + Energiespeicherung (5):  $\kappa_0, Q_{\kappa_0}, \theta_{\kappa_0}, n_{\kappa_0}, \beta$  Dehnratensensitivität (4):  $\eta, Q_{\eta}, m_0, m_1, d_0, d_1$  Isotrope Verfestigung (8):  $E_{\kappa}, Q_{\kappa}, \theta_{\kappa}, \varepsilon_{\kappa}^{\infty}, n_{\kappa}, \dot{\varepsilon}_{\kappa s}^{*}, Q_{\kappa s}, n_{\kappa s}$  Kinematische Verfestigung (8):  $E_{\chi}, Q_{\chi}, \theta_{\chi}, \varepsilon_{\chi}^{\infty}, n_{\chi}, \dot{\varepsilon}_{\chi s}^{*}, Q_{\chi s}, n_{\chi s}$  Thermische Ausdehnung/WLG (5):  $\hat{\alpha}(\theta), \rho, \hat{c}_{\text{def}}(\theta), \hat{k}(\theta), b$  Schädigung (8):  $\varepsilon_{\text{c0}}, \varepsilon_{\text{f0}}, n_{\text{D}}, \dot{\varepsilon}_{0}, d_{2}, d_{3}, d_{4}, d_{5}$ 

## 7 Literatur

- [1] Al-Baldawi, A.: "Identifikation der Materialparameter eines viskoelastisch-plastischen Materialmodells anhand experimenteller Daten aus einaxialen Versuchen. Vergleich von drei verschiedenen Chargen von 51CrV4", Diplomarbeit 2 am Institut für Mechanik, Universität Kassel, 2009
- [2] Bammann, D.J.: "Modeling temperature and strain rate dependent large deformations of metals", Appl. Mech. Rev. 43(5), 1990, S. 312-319
- [3] Bröcker, C. und A. Matzenmiller: "Thermomechanically consistent material modeling with damage for simultaneous hot/cold forming based on enhanced rheological models". In Eberhardsteiner, Böhm, Rammerstorfer, CD-ROM Proc. of ECCOMAS 2012, Vienna University of Technology, Austria, ISBN: 978-3-9502481-9-7, 2012, URL: http://www.ifm.maschinenbau.uni-kassel.de/~amat/publikationen/p71\_eccomas-broecker\_rev.pdf
- [4] Bröcker, C. und A. Matzenmiller: "An enhanced concept of rheological models to represent non-linear thermoviscoplasticity and its energy storage behavior", Continuum Mechanics and Thermodynamics, Vol. 25, Nr. 6, S. 749-778, DOI: 10.1007/s00161-012-0268-3, 2013, author-created version: http://www.ifm.maschinenbau.uni-kassel.de/~amat/publikationen/p72\_broecker\_2012\_rheomod\_acv.pdf

- [5] Bröcker, C und Matzenmiller, A.: "A thermoviscoplastic model with damage for simultaneous hot/cold forging analysis", In: E. Onate, D. Owen, D.Peric und B. Suarez: Proceedings of 12th International Conference on Computational Plasticity Fundamentals and Applications (COMPLAS XII), International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Barcelona, Spain, 2013, URL: http://www.ifm.maschinenbau.uni-kassel.de/~amat/publikationen/p77\_2013\_broecker-complas.pdf
- [6] Bröcker, C und Matzenmiller, A.: "An enhanced concept of rheological models to represent non-linear thermoviscoplasticity and its energy storage behavior—part 2: Spatial generalization for small strains", Continuum Mechanics and Thermodynamics, DOI: 10.1007/s00161-014-0350-0, 2014, author-created version: http://www.ifm.maschinenbau.uni-kassel.de/~amat/publikationen/p81 broecker 2014 rheomod-3d acv.pdf
- [7] Bröcker, C.: "Materialmodellierung für die simultane Kalt-/Warmumformung auf Basis erweiterter rheologischer Modelle", Dissertation im FB Maschinenbau, Institut für Mechanik, Universität Kassel, 2014
- [8] Hagen, M.: "Werkstoffmodelle zur thermomechanischen Behandlung des Stahls 50CrV4", Dissertation, Fakultät für Bergbau, Hüttenwesen und Geowissenschaften, RWTH Aachen, 1990
- [9] Hallquist, J. O.: "LS-DYNA Theory Manual", Livermore Software Technology Corporation (LSTC), Livermore, Californien, 2006
- [10] Johnson, G.R., Cook, W.H.: "Fracture Characteristics of Three Metals Subjected to Various Strains, Strain Rates, Temperatures and Pressures", Int. J. Fract. Mech. 21, 1985, S. 31-48
- [11] Lackowski, B. und Lippmann, S.: "Entfestigungsverhalten des Stahls 50CrV4 bei der thermomechanischen Behandlung", Mat.-wiss. u. Werkstofftech. 23, 1992, S. 145-150
- [12] Livermore Software Technology Corporation (LSTC): "LS-DYNA Keyword User's Manual Volume II Material Models", Livermore, Californien, 2013
- [13] Marin, E.B., Bammann, D.J., Regueiro, R.A. und Johnson, G.C.: "On the Formulation, Parameter Identification and Numerical Integration of the EMMI Model: Plasticity and Isotropic Damage", Sandia Report SAND2006-0200, Sandia National Laboratories, California, USA, 2006
- [14] Matzenmiller A, Bröcker, C. und Gerlach, S.: "FE-Analysis of Simultaneous Hot/Cold Forging ", Steel Research Int., Vol. 80, Nr. 2, 2009, S. 130-136, author-created version: http://www.ifm.maschinenbau.uni-kassel.de/~amat/publikationen/p58 steel-research acv.pdf
- [15] Matzenmiller A und Bröcker, C.: "Thermo–mechanically coupled FE analysis and sensitivity study of simultaneous hot/cold forging process with local inductive heating and cooling", Int. J. Mater. Form., Vol. 5, Nr. 4, S. 275-300, DOI: 10.1007/s12289-011-1042-y, 2012, author-created version: http://www.ifm.maschinenbau.uni-kassel.de/~amat/publikationen/p65\_paper-mater-form\_2012\_acv.pdf
- [16] Scholtes, B.: Persönliche Mitteilung, Institut für Werkstofftechnik, Universität Kassel
- [17] Steinhoff, K., Weidig, U. und Saba, N.: Persönliche Mitteilung, Institut für Produktionstechnik und Logistik Fachgebiet Umformtechnik, Universität Kassel, 2009
- [18] Szczepaniak, A.: "Materialparameteridentifikation eines Thermoviskoplastizitätsmodells für simultane Kalt-/Warmumformungsprozesse von metallischen Werkstoffen", Studienarbeit am Institut für Mechanik, Universität Kassel, 2012
- [19] Weidig, U., Hübner, K. und Steinhoff, K.: "Bulk steel products with functionally graded properties produced by differential thermo-mechanical processing", Steel Research Int. 79(1), 2008, S. 59-65